

## VEKTÖRLER VE VEKTÖRLERLE İŞLEMLERİ

**Satır Vektörler:** Bir parantez içinde vektörün elemanları yazılır ve bir değişkene atanır.

•  $a = [1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9]$

Program sonucu aşağıdaki gibi döndürür

a =

1 2 3 4 5 6 7 8 9

• Örneğin zaman vektörü oluşturulurken çok sık kullandığımız gibi, 0 ile 20 arasında 2'şer

2'şer artan elemanlardan oluşan bir vektör oluşturalım.

t = 0:2:20

--> (Enter)

t =

0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20

• Şimdi de a kümesinin her elemanına 2 ekleyelim;

b = a+2

Sonuç;

b =

3 4 5 6 7 8 9 10 11

• İki vektörü toplayalım;

c=a+b

Sonuç;

c=

4 6 8 10 12 14 16 18 20

c(4:7) , 4- 7 arasını göster

10 12 14 16

Bir diğer gösterim yolu ise "*linspace*" komutunu kullanarak olmaktadır. Bu komutun kullanımı "*linspace(a,b,n)*" şeklindedir. a ile b arasını n elemana böl, eğer n verilmese 100 bölünür

»  $y=linspace(2, 4, 5)$

y =

2.0000 2.5000 3.0000 3.5000 4.0000

### Sütun (kolon) Vektörü:

Kolon vektörü n'e 1 boyutunda özel bir matristir.

»  $x=[1; 7; 18; 5]$

## Sembolik Matematik

$$\frac{(x^3 - 8)(x^2 + 7x)}{(2x^2 + 4x + 8)(x^2 - 2x)}$$

gibi bir ifadeyi sadeleştirebilmek için, önce ifadedeki değişken ya da değişkenleri **sembolik** olarak tanımlamalıyız.

**Sembolik Matematik Fonksiyonları** ile bazı harfli ifadeleri **sadeleştirebilir**, bazı **limit** problemlerini çözebilir, istediğimiz fonksiyonların **türevlerini** alabilir ya da istediğimiz fonksiyonların **belirsiz integralini** veya **belirli integralini** bulabiliriz...

Şayet sembolik değişken ve Sembolik Matematik Fonksiyonları hakkında daha geniş bilgi almak istersek komut satırına **help symbolic** yazabiliriz.

Örneğin;

\* **x** değişkenini sembolik değişken yapmak için; **syms x** yazabiliriz.

\* Şayet **a, b, c** gibi birden çok değişkeni sembolik değişken tanımlamak istersek bunu tek tek komut satırına **syms a; syms b; syms c;** biçiminde yapabileceğimiz gibi tek satırda **syms a b c;** biçiminde de yapabiliriz.

\* Bir ifadenin tümünü sembolik olarak tanımlayıp bir değişkene de atayabiliriz.

Örneğin; **ifade** yi **d** değişkenine sembolik olarak atama yapacaksak bunu;

**Bunu **d=sym('ifade')** biçiminde yaparız.**

Örneğin:  $x^2 - 2x + 13$  ifadesini (fonksiyonunu) **y** değişkenine sembolik fonksiyon olarak atayalım.

```
>>y=sym('x^2-2*x-15')
```

Böylece hafızada **y** adında **x** değişkenine bağlı bir sembolik fonksiyon tanımlamış olduk.

İstersek bu fonksiyona bazı komutlar uygulayabiliriz.

Örneğin;

1) Fonksiyonu düzenli bir biçimde görüntülemek için **pretty(y)** komutunu uygulayabiliriz.

```
>>pretty(y)
```

$$x^2 - 2x - 15$$

2)  $y=0$  denkleminin köklerini bulmak için **solve(y)** komutunu uygulayabiliriz.

```
>>solve(y)
```

```
ans =
```

```
[ -3]
```

```
[ 5]
```

3) Fonksiyonun türevini bulmak için **diff(y)** komutunu uygulayabiliriz.

```
>>diff(y)
```

```
ans =
```

$$2*x-2$$

4) Fonksiyonun belirsiz integralini, ekranda düzenli bir biçimde görüntülemek için **int(y)** komutunu **pretty** komutuyla beraber uygulayabiliriz.

```
>>pretty(int(y))
```

$$\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x$$

## Harfli İfadeler ve İlgili İşlemler:

Örneğin;

$$\frac{a^2 - 4b^2}{a - 2b} \text{ veya } \frac{2x-1}{x+3} + \frac{x+2}{x-1} \text{ veya } \frac{(x^3 - 8)(x^2 + 7x)}{(2x^2 + 4x + 8)(x^2 - 2x)} \text{ veya}$$

$$8 - 5\sin^2x - 5\cos^2x$$

gibi harfli ifadeleri sadeleştirebilir ya da

$$(2x^2 - \frac{3}{x})^5 \text{ veya } (x^2 - x + 1)^3 - (x^2 + x - 1)^3 \text{ gibi bir ifadenin açılımını yapabiliriz.}$$

Bunun için öncelikle ifadeyi **sembolik** olarak tanımlamalıyız.

Harfli ifadelerde işlemlerle ilgili bazı komutlar aşağıda verilmiştir:

**simplify** Verilen harfli ifadeyi sadeleştirir.

**pretty** Harfli ifadenin sonucunu daha anlaşılır ve düzgün görünmesini sağlar.

**expand** Verilen üstel ifadenin açılımını yapar.

**factor** Açılmış olarak verilen harfli ifadeyi üstel ifade olarak verir.

**Sadeleştirme İle İlgili Örnekler:**

1)

$$\frac{a^2 - 4b^2}{a - 2b} \text{ ifadesini sadeleştirelim.}$$

Önce ifadeyi sembolik yapmalıyız.

```
>> x=sym('(a^2-4*b)/(a-2*b)')
```

Sonra simplify komutunu uygulayarak ifadeyi sadeleştirelim:

```
>>simplify(x)
```

>>ans =

a+2\*b

**Not: Daha düzgün bir görüntü elde etmek için simplify komutunu pretty komutuyla beraber kullanabiliriz. Buna göre komutu aşağıdaki gibi yazalım:**

>>pretty(simplify(x))

a + 2 b

2)

$\frac{2x-1}{x+3} + \frac{x+2}{x-1}$  ifadesini sadeleştirelim.

Önce ifadeyi sembolik yapmalıyız.

>> y=sym('(2\*x-1)/(x+3)+(x+2)/(x-1)')

Sonra simplify komutunu pretty komutuyla beraber uygulayarak ifadeyi sadeleştirelim:

>>pretty(simplify(y))

$$\frac{3x^2 + 2x + 7}{(x+3)(x-1)}$$

3)  $8 - 5\sin^2x - 5\cos^2x$  ifadesini sadeleştirelim:

Önce ifadeyi sembolik yapalım.

>>y=sym('8-5\*sin(x)^2-5\*cos(x)^2')

Sonra simplify komutunu pretty komutuyla beraber uygulayarak ifadeyi sadeleştirelim:

>>pretty(simplify(y))

>>3

## Üstel Bir İfadenin Açılımı:

1)

$$(a - b)^5$$

binom açılımını yapalım. Önce ifadeyi sembolik yapalım.

```
>>x=sym('(a-b)^5')
```

Sonra expand komutuyla açılımını yapalım.

```
>>expand(x)
```

ans =

$$a^5 - 5a^4b + 10a^3b^2 - 10a^2b^3 + 5ab^4 - b^5$$

Şayet komutu pretty komutuyla uygularsak;

```
>>pretty(expand(x))
```

$$a^5 - 5 a^4 b + 10 a^3 b^2 - 10 a^2 b^3 + 5 a b^4 - b^5$$

2)

$$\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^5$$

binom açılımını yapalım. Önce ifadeyi sembolik yapalım.

```
>>y=sym('(2*x^2-3/x)^5')
```

Sonra aşağıdaki komutu uygulayalım;

```
>>pretty(expand(y))
```

$$32 x^10 - 240 x^7 + 720 x^4 - 1080 x + \frac{10}{x^2} - \frac{243}{x^5}$$

3)

$$(x^2 - x + 1)^3 - (x^2 + x - 1)^3$$

açılımını yapalım.

Önce ifadeyi sembolik yapalım.

```
y=sym('(x^2-x+1)^3-(x^2+x-1)^3')
```

Sonra aşağıdaki komutu uygulayalım;

```
>>pretty(expand(y))
```

$$-6x^5 + 6x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 6x + 2$$

**Bir Açılımın Üstel Olarak İfadesi:**

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

açılımının üstel olarak ifadesini bulalım.

Önce ifadeyi sembolik yapalım.

```
>>y=sym('x^3-3*x^2+3*x-1')
```

Sonra expand komutunu uygulayalım.

```
>>expand(y)
```

```
>>(x-1)^3
```

**Not:** Komutu pretty ile beraber uygularsak aşağıdaki görüntüyü elde ederiz.

```
>>pretty(expand(y))
```

$$(x - 1)^3$$

### **Dizi Toplamı İlgili Örnekler:**

1)  
1+2+3+...+2006 toplamını bulduralım.

Bu toplamı **symsum(k,1,2006)** biçiminde olduğunu görmeliyiz. Önce ifadedeki k değişkenini sembolik değişken olarak tanımlamalıyız.

```
>>syms k;
```

Sonra dizi-seri toplamı komutunu uygulayabiliriz.

```
>>symsum(k,1,2006)
```

ans =

**2013021**

2)

$7^2+8^2+9^2+\dots+77^2$  toplamını bulduralım.

Bu toplamı **symsum(k^2,7,77)** biçiminde ifade edebiliriz. Önce ifadedeki k değişkenini sembolik değişken olarak tanımlamalıyız.

```
>>syms k;
```

Sonra dizi-seri toplamı komutunu uygulayabiliriz.

```
>>symsum(k^2,7,77)
```

ans =

**155064**

3)

$4.5.6+5.6.7+6.7.8+\dots+22.23.24$  toplamını bulduralım.

Bu toplamı **symsum(k\*(k+1)\*(k+2),4,22)** biçiminde ifade edebiliriz. Önce ifadedeki k değişkenini sembolik değişken olarak tanımlamalıyız.

```
>>syms k;
```

Sonra dizi-seri toplamı komutunu uygulayabiliriz.

```
>>symsum(k*(k+1)*(k+2),4,22)
```

ans =

**75810**

4)

$(2/3)^3+(2/3)^4+(2/3)^5+\dots+(2/3)^{99}$  toplamını bulalım.



Bu toplamı  **$\text{symsum}((2/3)^k, 3, 99)$**  biçiminde ifade edebiliriz. Önce ifadedeki k değişkenini sembolik değişken olarak tanımlamalıyız.

```
>>syms k;
```

Sonra dizi-seri toplamı komutunu uygulayabiliriz.

```
>>symsum((2/3)^k,3,99)
```

```
ans =
```

```
152704450587262615335745290072695420044661986328/  
171792506910670443678820376588540424234035840667
```

Bulunan sonuç, toplamın rasyonel sayı olarak ifadesidir. Bunu reel sayı olarak **double** komutundan faydalanarak yazalım.

```
>>double(ans)
```

```
0.8889
```

### **Dizi Toplam Formülleri:**

1)

$1+2+3+\dots+n$  toplam formülünü bulalım.

Bu toplamı  **$\text{symsum}(k, 1, n)$**  biçiminde ifade edebiliriz.

Önce ifadedeki k ve n değişkenlerini sembolik değişken olarak tanımlamalıyız.

```
>>syms k n;
```

```
>> symsum(k,1,n)
```

```
ans =
```

```
1/2*(n+1)^2-1/2*n-1/2
```

Şayet görüntünün daha düğün görünmesini istersek, komutu **pretty** komutuyla birlikte kullanmalıyız.

```
>> pretty(symsum(k,1,n))
```

$$\frac{1}{2} (n + 1)^2 - \frac{1}{2} n - \frac{1}{2}$$

2)

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$  toplam formülünü bulalım.

Bu toplamı  **$\text{symsum}(k^2, 1, n)$**  biçiminde ifade edebiliriz.

Önce ifadedeki k ve n değişkenlerini sembolik değişken olarak tanımlamalıyız.

```
>>syms k n;
```

Sonra **pretty** komutu ile **symsum** komutunu beraber uygulayalım.

```
>> pretty(symsum(k^2,1,n))
```

$$\frac{1}{3} (n + 1)^3 - \frac{1}{2} (n + 1)^2 + \frac{1}{6} n + \frac{1}{6}$$

3)

$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{n-1}$  toplam formülünü bulalım.

Bu toplamı  **$\text{symsum}(3^k, 0, n-1)$**  biçiminde ifade edebiliriz.

Önce ifadedeki k ve n değişkenlerini sembolik değişken olarak tanımlamalıyız.

```
>>syms k n;
```

Sonra **pretty** komutu ile **symsum** komutunu beraber uygulayalım.

```
>> pretty(symsum(3^k,0,n-1))
```

$$\frac{1}{2} 3^n - \frac{1}{2}$$

### Seriler İle İlgili Örnekler:

1)

$1 + \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \dots$  sonsuz toplamının (serisinin) toplamını bulalım.

Bu toplamı  **$\text{symsum}((2/3)^k, 0, \text{Inf})$**  biçiminde ifade edebiliriz. Buradaki **Inf** ifadesi **sonsuz** anlamına gelir.

Önce ifadedeki  $k$  değişkenlerini sembolik değişken olarak tanımlamalıyız.

```
>>syms k;
```

Sonra  **$\text{symsum}((2/3)^k, 0, \text{Inf})$**  komutunu uygulayalım.

```
>>symsum((2/3)^k, 0, Inf)
```

ans =

3)  
 $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$  sonsuz toplamının (serisinin) toplamını bulalım.

Bu toplamı  **$\text{symsum}(1/k^2, 1, \text{Inf})$**  biçiminde ifade edebiliriz. Buradaki **Inf** ifadesi **sonsuz** anlamına gelir.

Önce ifadedeki  $k$  değişkenlerini sembolik değişken olarak tanımlamalıyız.

```
>>syms k;
```

Sonra **pretty** komutu ile **symsum** komutunu beraber uygulayalım.

```
>>pretty(symsum(1/k^2, 1, Inf))
```

$$\frac{1}{6} \pi^2$$

### **Polinomlar:**

Çok terimli anlamına gelen polinomu tanımlarsak;

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  ve  $x$  belirsiz değişken olmak üzere

$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  şeklinde gösterilir

Matlab'ta polinomlar bir vektörle temsil edilirler. Polinom oluşturmak için yüksekten düşük dereceliye doğru azalan sırada polinom katsayıları yazılır.

### Polinomun Belli Noktadaki Değeri

•  $x=s^4+3s^3-15s^2-2s+9$  polinomu programa aşağıdaki şekilde yazılır;

```
x=[1 3 -15 -2 9]
```

```
-->
```

```
x =
```

```
1 3 -15 -2 9
```

polinomun **s=2 için değeri**

```
>> polyval(x,2)
```

```
-15
```

• Benzer şekilde  $y=s^4 + 1$ 'in gösterilimi  $y=[1 0 0 0 1]$  şeklindedir.

• Polinomun herhangi bir kök için değeri, örneğin  $s^4+1$ 'in  $s=2$  için değeri;

```
z=polyval([1 0 0 0 1],2) veya doğrudan z=polyval(y,2)
```

```
z =
```

```
17
```

### • Polinomun köklerinin bulunması,

örneğin  $s^4+3s^3-15s^2-2s+9$  için;

```
roots([1 3 -15 -2 9])
```

```
ans=
```

```
-5.5745
```

```
2.5836
```

```
-0.7951
```

```
0.7860
```

### • İki polinomun çarpılması,

```
a(x)= (x+2)
```

```
b(x)=(x2+4x+8)
```

```
a(x)*b(x)=x3+6x2+16x+16
```

```
a=[1 2]
```

```
b=[1 4 8]
```

```
z=conv(a,b)
```

```
-->
```

```
z=
```

```
1 6 16 16
```

• İki polinomu bölümlim

```
[xx,R]=deconv(z,y)
```

```
xx=
```

1 2 (bölüm= $x+2$ )

R=

0 0 0 0 (kalan=0)

### • İki polinomu toplamak ;

Aynı dereceden polinomlar toplanır.

$$a(x)=-2x^2+10x-4 \quad b(x)=5x^2-x+2$$

$$a=[-2 \ 10 \ -4];b=[5 \ -1 \ 2]$$

$$t=a+b$$

t =

$$3 \quad 9 \quad -2$$

### • Bir polinomdan diğerini çıkartmak ;

$$c=a-b$$

c =

$$-7 \quad 11 \quad -6$$

### Denklemlerin Çözümü İle İlgili Örnekler:

1)

$15 - x = 3 \cdot (5 - x) + 14$  denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Önce ifadeyi sembolik olarak tanımlayıp, solve komutunu uygulamalıyız.

```
>>y=sym('15-x=3*(5-x)+14')
```

```
>>solve(y)
```

7

**Not: Aynı işlemi tek komutla;**

```
>>solve('15-x=3*(5-x)+14') ile de yapabiliriz.
```

2)

$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$  denkleminin çözüm kümesini bulalım.

İfadeyi sembolik olarak tanımlayıp, solve komutunu uygulayalım.

```
>> solve('x^3+3*x^2-x-3=0')
```

ans =

```
[ 1]
[-3]
[-1]
```

3)

$2x^2+5x=3$  denkleminin çözüm kümesini bulalım.

İfadeyi sembolik olarak tanımlayıp, solve komutunu uygulayalım.

```
>> solve('2*x^2+5*x=3')
```

ans =

```
[-3]
[ 1/2]
```

4)

$x^5 = 16x$  denkleminin çözüm kümesini bulalım.

İfadeyi sembolik olarak tanımlayıp, solve komutunu uygulayalım.

```
>> solve('x^5=16*x')
```

ans =

```
[ 0]
[ 2]
[-2]
[ 2*i]
[-2*i]
```

5)

$x^2 - 6x - 3 = \sqrt{3x - 5}$  denkleminin çözüm kümesini bulalım.

İfadeyi sembolik olarak tanımlayıp, solve komutunu uygulayalım.

```
>> solve('x^2-6*x-3=(3*x-5)^(1/2)')
```

ans=

7

6)

$ax^2+bx+c=0$  denkleminin köklerini veren formülleri bulduralım.

İfadeyi sembolik olarak tanımlayıp, solve komutunu uygulayalım. Sonuçların düzenli görünmesi için **pretty** komutuyla uygulayalım.

```
>>pretty(solve('a*x^2+b*x+c=0'))
```

$$\begin{bmatrix} \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{bmatrix}$$

7)  $\sin 2x = \cos x$  trigonometrik denkleminin çözüm kümesini bulalım.

İfadeyi sembolik olarak tanımlayıp, solve komutunu uygulayalım. Sonuçların düzenli görünmesi için **pretty** komutuyla uygulayalım.

```
>>pretty(solve('sin(2*x)=cos(x)'))
```

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\pi \\ -\frac{1}{2}\pi \\ \frac{1}{6}\pi \\ \frac{5}{6}\pi \end{bmatrix}$$

### Fonksiyon Değeri İle İlgili Örnekler:

1)

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 7}{3x+5}$$

fonksiyonu için  $f(2006)$  değerini hesaplatalım.

Önce  $x$  değişkenini sembolik değişken olarak tanımlayalım:

```
>>syms x
```

Sonra da fonksiyonu sembolik olarak tanımlayıp bir y gibi değişkene atayalım;

```
>>y=sym('(x^2-2*x+7)/(3*x+5)');
```

Sonra da tanımlı fonksiyonu  $x=2006$  için hesaplatalım;

```
>>subs(y,x,2006)
```

ans=

667.4466

2)  $f(x)=2x+5$  fonksiyonu ile  $g(x)=3x-4$  fonksiyonları verilsin.  
 $g(f(x))$  bileşke fonksiyonunu bulduralım.

Önce  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonundaki  $x$  değişkenini sembolik değişken olarak tanımlayalım:

```
>>syms x;
```

$f(x)$  fonksiyonunu sembolik fonksiyon olarak tanımlayıp  $y$  değişkenine atayalım;

```
y=sym('2*x+5');
```

$g(x)$  fonksiyonunu sembolik fonksiyon olarak tanımlayıp  $z$  değişkenine atayalım;

```
z=sym('3*x-4');
```

Son olarak ta  $g(f(x))$  i **subs** komutu kullanarak bulalım;

```
>>subs(z,x,y)
```

6\*x+11

Şayet sonucu düzenli görmek istersek; **pretty** komutunu da uygulamalıyız.

```
>>pretty(subs(z,x,y))
```



6x+11

3)  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 7}{3x+5}$  ve  $g(x) = \frac{x^3 - 2}{x + 3}$  fonksiyonları verildiğine göre;  $f(g(x))$  bileşke fonksiyonunu bulduralım.

Önce  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonundaki  $x$  değişkenini sembolik değişken olarak tanımlayalım:

```
>>syms x;
```

$f(x)$  fonksiyonunu sembolik fonksiyon olarak tanımlayıp  $y$  değişkenine atayalım;

```
y=sym('(x^2-2*x+7)/(3*x+5)');
```

$g(x)$  fonksiyonunu sembolik fonksiyon olarak tanımlayıp  $z$  değişkenine atayalım;

```
z=sym('(x^3-2)/(x+3)');
```

Son olarak ta  $f(g(x))$  i **subs** komutu kullanarak bulalım;

```
>>subs(y,x,z)
```

```
((x^3-2)^2/(x+3)^2-2*(x^3-2)/(x+3)+7)/(3*(x^3-2)/(x+3)+5)
```

Şayet sonucu daha düzgün görmek istersek; **pretty** komutunu da uygulamalıyız.

```
>>pretty(subs(y,x,z))
```

$$\frac{\frac{(x^3 - 2)^2}{(x + 3)^2} - 2 \frac{x^3 - 2}{x + 3} + 7}{\frac{3(x^3 - 2)}{x + 3} + 5}$$

Şayet sonucun sadeleşmiş düzenli biçimini görmek istersek; bir de

**simplify** komutunu da kullanmalıyız.

```
>>pretty(simplify(subs(y,x,z)))
```

$$\frac{x^6 - 10x^3 + 79 - 2x^4 + 46x^2 + 7x^3}{(3x^3 + 9 + 5x)(x + 3)}$$

**Denklem Sistemleri:**

1)

$$2x-3y=27$$

$$5x+2y=1$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulalım.

Önce denklem sisteminde bulunan değişkenleri sembolik değişken yapalım.

```
>>syms x y;
```

Sonra denklem sisteminin çözümlerini solve komutuyla buldurup bir değişkene; örneğin sonuc değişkenine atayalım.

```
>>sonuc=solve('2*x-3*y=27','5*x+2*y=1');
```

Sonra x ve y değerlerini ekranda gösterelim.

```
>>sonuc.x
```

```
ans =
```

```
3
```

```
>> sonuc.y
```

```
ans =
```

```
-7
```

2)

$$17x-3y+4z=7$$

$$15x-7y = 1$$

$$x + y - 9z = 13$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulalım.

Önce denklem sisteminde bulunan değişkenleri sembolik değişken yapalım.

```
>>syms x y z;
```

Sonra denklem sisteminin çözümlerini solve komutuyla buldurup bir değişkene; örneğin **sonuc** değişkenine atayalım.

```
>>sonuc=solve('17*x-3*y+4*z=7','15*x-7*y=1','x+y-9*z=13');
```

Sonra x ,y ve z değerlerini ekranda gösterelim.

```
>> sonuc.x
```

```
ans =
```

```
391/377
```

```
>> sonuc.y
```

```
ans =
```

```
784/377
```

```
>> sonuc.z
```

```
ans =
```

```
-414/377
```

3)

$$x^2-2xy+3y^2=17$$

$$xy-3x+5=0$$

denklem sistemini çözelim.

Önce denklem sisteminde bulunan değişkenleri sembolik değişken yapalım.

```
>>syms x y;
```

Sonra denklem sisteminin çözümlerini solve komutuyla buldurup bir değişkene;

örneğin **sonuc** değişkenine atayalım.

```
>>sonuc=solve('x^2-2*x*y+3*y^2=17','x*y-3*x+5=0');
```

Sonra x ve y değerlerini ekranda gösterelim.

```
>>sonuc.x
```

```
ans =
```

```
[      1]
[      5]
[ i*15^(1/2)]
[ -i*15^(1/2)]
```

```
>> sonuc.y
```

```
ans =
```

```
[      -2]
[       2]
[ 1/3*i*15^(1/2)+3]
[ -1/3*i*15^(1/2)+3]
```

Şayet sonuçları daha düzgün görünmesini istersek **pretty** komutunu da uygulamalıyız.

```
>> pretty(sonuc.x)
```

```
[  1  ]
[    ]
[  5  ]
[    ]
[ 1/2 ]
[ i 15 ]
[    ]
[ 1/2 ]
[ -i 15 ]
```

```
>> pretty(sonuc.y)
```

```
[  -2  ]
[    ]
[   2  ]
[    ]
[ 1/2  ]
[ 1/3 i 15 + 3 ]
[    ]
[ 1/2  ]
[ - 1/3 i 15 + 3 ]
```

## • Polinomun türevini almak ;

1)

$$m = 12x^4 + 8x^3 - 3x^2 + 2x - 1$$

$$m = [12 \ 8 \ -3 \ 2 \ -1]$$

>> **f=polyder(m)** m polinomunun 1. türevi

f =

$$48 \ 24 \ -6 \ 2$$

>> **polyder(f)** m polinomunun 2. türevi

ans =

$$144 \ 48 \ -6$$

>> **polyder(m,2)** m polinomunun 1.türevinin 2 ile çarpımı

$$ans = 96 \ 48 \ -12 \ 4$$

## diff fonksiyonuyla türev almak

>> syms x;

>> y=sym('12\*x^4+8\*x^3-3\*x^2+2\*x-1')

y =

$$12*x^4+8*x^3-3*x^2+2*x-1$$

>> diff(y)

ans =

$$48*x^3+24*x^2-6*x+2$$

>> pretty(diff(y)) Düzgün(güzel) göstermek için **pretty** fonksiyonu uygulanır.

$$48 x^3 + 24 x^2 - 6 x + 2$$

>>

>> diff(y,2)

ans =

$$144*x^2+48*x-6$$

>> diff(y,3)

ans =

$$288*x+48$$

>> diff(y,4)

ans =

$$288$$

2)

$$y = \frac{x^2-3x+7}{x^2+5x-1} \text{ fonksiyonunun türevini bulalım.}$$

Önce x değişkenini sembolik yapalım.

>>syms x;

Sonra fonksiyonu sembolik olarak y değişkenine atayalım.

>>y=sym('(x^2-3\*x+7)/(x^2+5\*x-1)');

Sonra da **pretty** ve **diff** komutuyla y nin türevini alalım.

>>pretty(diff(y))

$$\frac{2x - 3}{x^2 + 5x - 1} - \frac{(x^2 - 3x + 7)(2x + 5)}{(x^2 + 5x - 1)^2}$$

3)

$$y=\sin^2x.\cosx \text{ fonksiyonunun türevini bulalım.}$$

Önce x değişkenini sembolik yapalım.

```
>>syms x;
```

Sonra fonksiyonu sembolik olarak y değişkenine atayalım.

```
>>y=sym('sin(x)^2*cos(x)');
```

Sonra da **pretty** ve **diff** komutuyla y nin türevini alalım.

```
>>pretty(diff(y))
```

$$2 \sin(x) \cos^2(x) - \sin^3(x)$$

4)

$f(x) = x \ln^2 x$  fonksiyonunun türevini bulalım.

Önce x değişkenini sembolik yapalım.

```
>>syms x;
```

Sonra fonksiyonu sembolik olarak y değişkenine atayalım.

```
>>y=sym('x*log(x)^2');
```

Sonra da **pretty** ve **diff** komutuyla y nin türevini alalım.

```
>>pretty(diff(y))
```

$$\log(x)^2 + 2 \log(x)$$

5)

$f(x) = (x^3 - 3x + 5)^7$  fonksiyonunun türevini bulalım.

Önce x değişkenini sembolik yapalım.

```
>>syms x;
```

Sonra fonksiyonu sembolik olarak y değişkenine atayalım.

```
>>y=sym('(x^3-3*x+5)^7');
```

Sonra da **pretty** ve **diff** komutuyla y nin türevini alalım.

>>pretty(diff(y))

$$7(x^3 - 3x^2 + 5)(3x^2 - 3)$$

### Polinom Köklerini Bulma ve Kökü verilen Polinomu Bulma

Roots fonksiyonu ;

**m**=12x<sup>4</sup>+8x<sup>3</sup>-3x<sup>2</sup>+2x-1 fonksiyonu için;

fn=[12 8 -3 2 -1]

kokler=roots(fn)

kokler =

-1.0965  
0.0263 + 0.4481i  
0.0263 - 0.4481i  
0.3772

Bulundu,sağlaması yapalım, köklerden polinom oluşturalım;

>> **poly**(kokler)

ans =

1.0000 0.6667 -0.2500 0.1667 -0.0833

>> 12\*ans

ans =

12.0000 8.0000 -3.0000 2.0000 -1.0000

Başlangıçtaki denklem elde edildi.

Örnek-2 :

$$d(x)=x^4-15x^2+10x+24$$

>> d=[1 0 -15 10 24];

>> roots(d)



ans =

-4.0000  
3.0000  
2.0000  
-1.0000

>> poly(ans)

ans =

1.0000 0.0000 -15.0000 10.0000 24.0000

### Polinomun İntegralini Almak

$f(x)=3x^2+2x+1=0$  polinomunun integralini alalım,  
 $f=[3 \ 2 \ 1]$

>>polyint(f)

ans =

1 1 1 0 denklem katsayıları  
Buna göre yukarıdaki polinom integrali,

$X^3+x^2+x=0$  olarak bulunur, bu polinomun türevini alalım

>>polyder(ans)

ans =

3 2 1 , yukarıdaki integralini aldığımız f polinoma ulaştık,

### Örnekler;

1) int fonksiyonu ile integral alma

$\int (3x^2 - 2x + 5) dx$  belirsiz integralini bulalım.

Önce fonksiyonu sembolik olarak tanımlayıp y ye atayalım.

>>y=sym('3\*x^2-2\*x+5');

Sonra **int** komutuyla belirsiz integralini alalım.

```
>>int(y)
```

```
ans = x^3-x^2+5*x
```

Sonucu daha düzenli görmek istersek **pretty** komutunu da kullanmalıyız.

```
>>pretty(int(y))
```

$$x^3 - x^2 + 5x$$

2)

$\int \frac{2x+5}{x^2+1} dx$  belirsiz integralini bulalım.

Önce fonksiyonu sembolik olarak tanımlayıp y ye atayalım.

```
>>y=sym('(2*x+5)/(x^2+1)');
```

Sonra **pretty** komutuyla beraber **int** komutunu kullanarak belirsiz integralini alalım.

```
>>pretty(int(y))
```

$$\log(x^2 + 1) + 5 \operatorname{atan}(x)$$

3)

$\int x^2 \sin x dx$  belirsiz integralini bulalım.

Önce fonksiyonu sembolik olarak tanımlayıp y ye atayalım.

```
>>y=sym('x^2*sin(x)');
```

Sonra **pretty** komutuyla beraber **int** komutunu kullanarak belirsiz integralini alalım.

```
>>pretty(int(y))
```

$$-x^2 \cos(x) + 2 \cos(x) + 2x \sin(x)$$

## Belirli İntegral İle İlgili Örnekler:

1)

$$\int_0^1 3x^2 dx$$

belirli integralin değerini hesaplayalım.

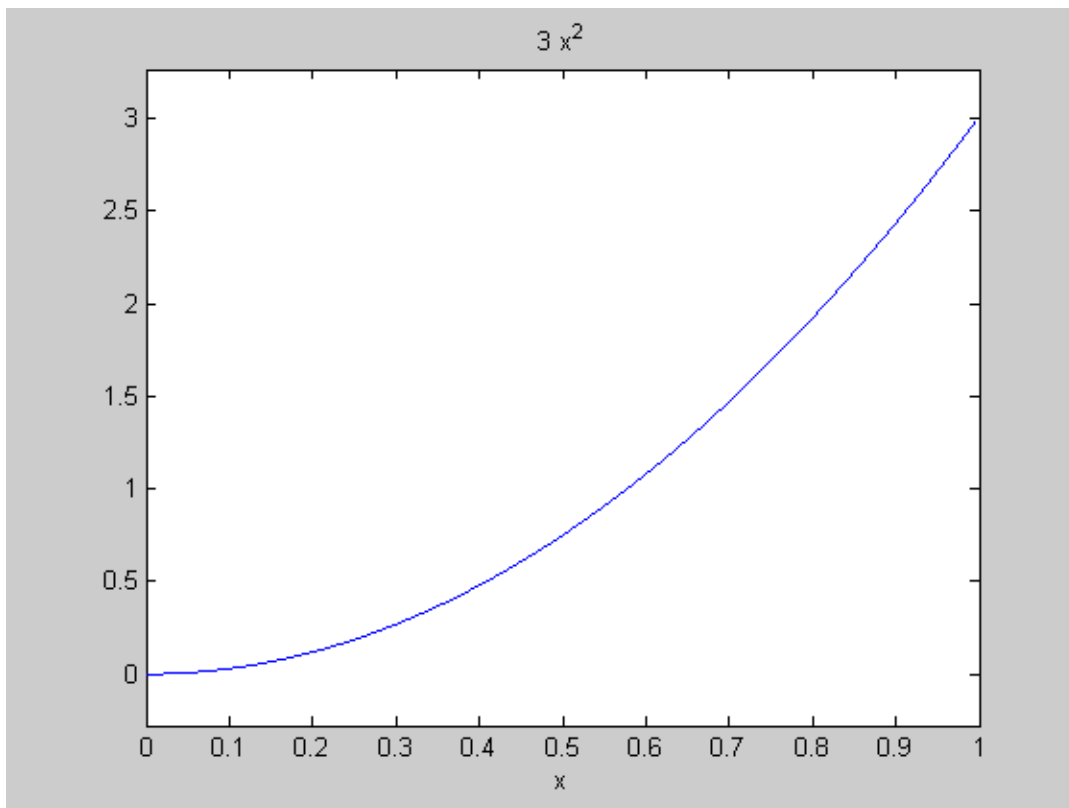
`f='3*x^2'`

`>>int('3*x^2',0,1)`

`ans = 1`

Grafiğini çizmek istersek

`>> ezplot(f,[0,1])`



2)

$$\int_1^{e^3} x \cdot \ln x dx$$

belirli integralin değerini hesaplayalım.

```
>>int('x*log(x)',1,exp(3))
```

```
ans=
```

```
7990730503444001487616492393225/396140812571321687967  
71975168*log(2826788018837635)-  
375564333661868069917975142481575/3961408125713216879  
6771975168*log(2)-  
7970923462815435403218106405641/792281625142643375935  
43950336
```

Yukarıdaki sonucun gerçek değerini bulmak için **double** komutundan faydalanırız.

```
>> double(ans)
```

```
ans =
```

```
504.5360
```

### Yamuk Kuralıyla integral Alma

trapez(x,y) Sayısal integralde trapez yöntemiyle integral hesaplanır

$$\int_b^a e^{-x^2} dx$$

```
x=0:0.01:1;
```

```
y=3*x.^2
```

```
trapz(x,y)
```

```
ans= 0.7468
```

### Çift Katlı Integral

Matlab da f(x,y) gibi iki değişkenli fonksiyonların integrali

dblquad(fonksiyon,xmin,xmax,ymin,ymax) şeklinde hesaplanır.

$$\int_0^1 \int_{-1}^2 3x^2 + y^3 dx dy$$

```
>>dblquad('3*x.^2+y.^3',0,1,-1,2)
```

ans= 6.7500

## Limit Hesaplama

limit fonksiyonu : **limit(fonksiyon,limit sınırı)**

$f=4x^3-8x^2+5x+17$  fonksiyonu  $x$  değeri 0 ve 3 yaklaşırken değeri,

```
f=sym('4*x^3-8*x^2+5*x+17')
```

```
>>limit(f)    0 daki değeri
```

```
ans=17
```

```
>>limit(f,3)  3 yaklaşırken değeri
```

```
ans=68
```

## Verilere Göre Denklem ve Eğri Uydurma

**Verilen sayı dizilerini temsil edecek eğrinin ,istenen dereceden polinom katsayıları hesaplanmak suretiyle eğri uydurma yapılabilir.**

**Polyfit(x,y,n),**

**x ve y değerler dizisi , n ise hesaplanacak polinomun derece katsayısı,**

```
>> format long
```

**Örnek 1:**

```
x = [0 5 10 15 20 25 30];
```

```
y = [14.6 12.8 11.3 10.1 9.09 8.26 7.56];
```

```
olsun ve n=2 olsun
```

```
>> p = polyfit(x,y,2)
```

```
p =
```

```
0.00439523809524   -0.36335714285714   14.55190476190477
```

Böylece, en uygun parabol denklemi aşağıda bulunur;

$$P(x) = 0.00439523809524x^2 - 0.36335714285714x + 14.55190476190477$$

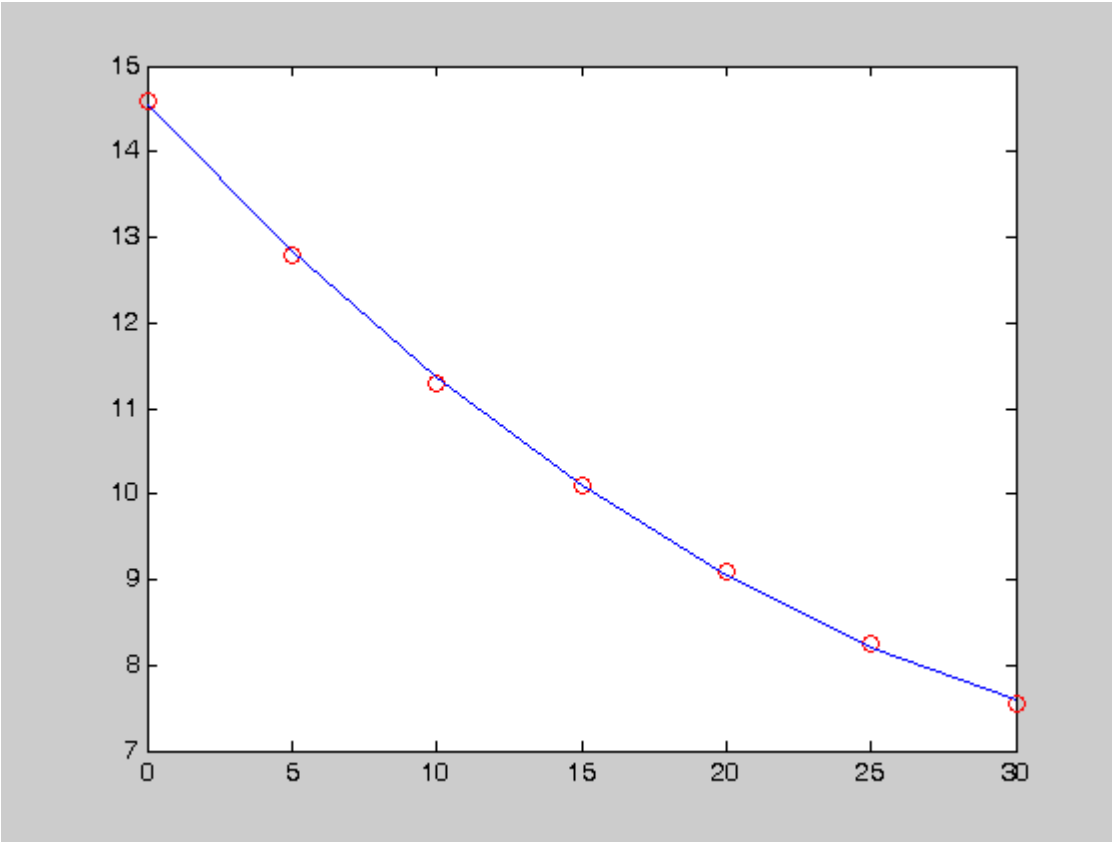
```
fv=polyval(p,x)    fonksiyonun x noktasındaki değerlerini bulduk,
```

fv =

```
14.55190476190477 12.84500000000000 11.35785714285715  
10.09047619047619 9.04285714285714 8.21500000000000  
7.60690476190477
```

Ve eğrimizi çiziyoruz.

```
>> plot(x,y,'or')  
>> hold on          grafik silinmesin.  
>> plot(x,fv)
```



**Örnek 2:**

```
x=1:12;  
y=[15 13 14 12 10 13 15 18 19 20 23 20];
```

**Olsun , bu verilere göre 2 farklı (2 ve 5. derece) dereceden polinoma göre eğri uyduralım.**

```
>> format short
>> fv2=polyfit(x,y,2)
```

```
fv2 =
```

```
0.1349 -0.8861 14.4545
```

```
fv2(x)=0.1349x2-0.8861x+14.4545
```

```
fv5=polyfit(x,y,5);
```

```
fv5 =
```

```
0.0006 -0.0277 0.3992 -2.0436 2.9555 13.5000
```

```
fv5(x)= 0.0006x5-0.0277x4+ 0.3992x3-2.0436x2+2.9555x+13.5000
```

```
fv2val=polyval(fv2,x);
```

```
fv2val =
```

```
13.7033 13.2218 13.0100 13.0679 13.3956 13.9930
```

```
14.8601 15.9970 17.4036 19.0799 21.0260 23.2418
```

```
fv5val=polyval(fv5,x);
```

```
fv5val =
```

```
14.7839 14.0061 12.6550 11.6994 11.6606 12.6849
```

```
14.6158 17.0666 19.4929 21.2646 21.7387 20.3314
```

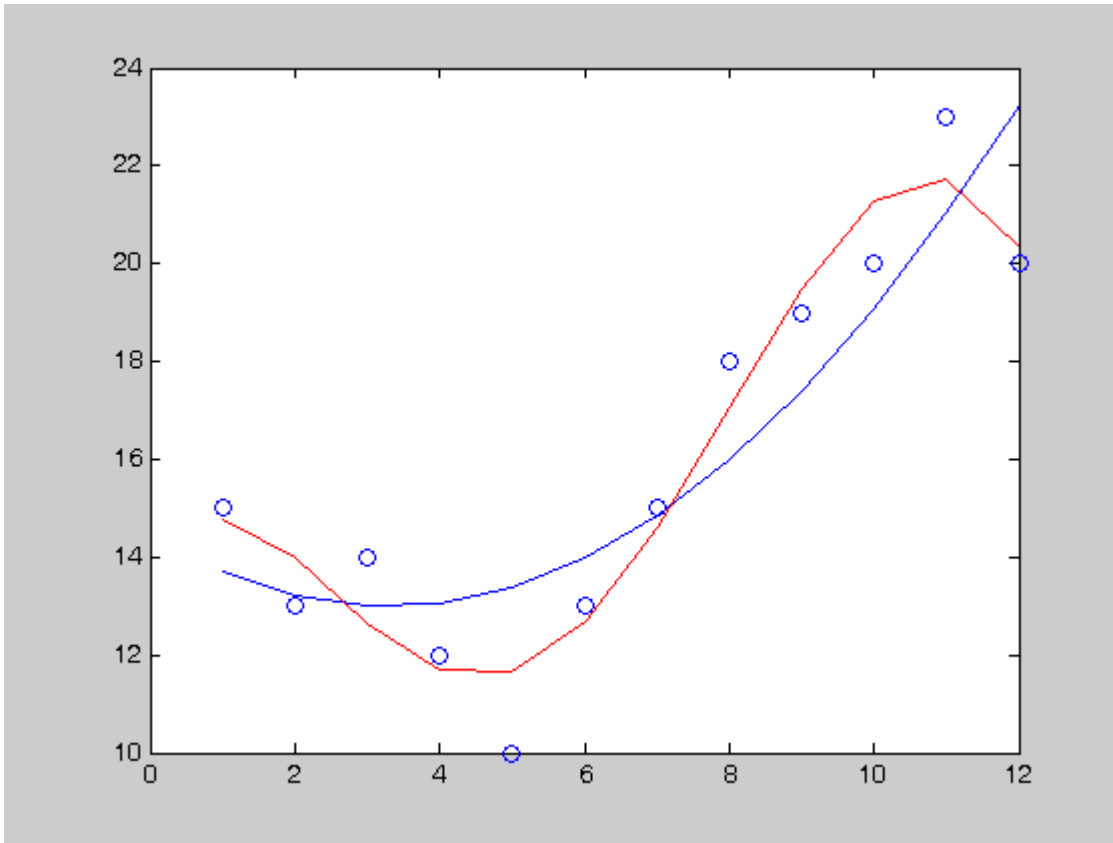
```
>> plot(x,y,'ob')
```

```
>> hold on
```

```
>> plot(x,fv2val)
```

```
>> hold on
```

```
>> plot(x,fv5val,'r')
```



## **Bir Fonksiyon Grafiğinin Min ve Max Noktalarını Bulmak**

$$y = x^2 + 3 - \frac{3}{x^3 + 1}$$

Yukarıda verilen fonksiyonun grafiğı -5 ve 5 aralığında çizerek max. Ve min. Noktalarını grafik üzerinde belirtelim.

```
x=linspace(-5,5,30)
```

```
y=(x.^2+3)-3./(x.^3+1)
```

```
[a,k1]=min(y)
```

```
[b,k2]=max(y)
```

```
plot(x,y)
```

```
grid on
```

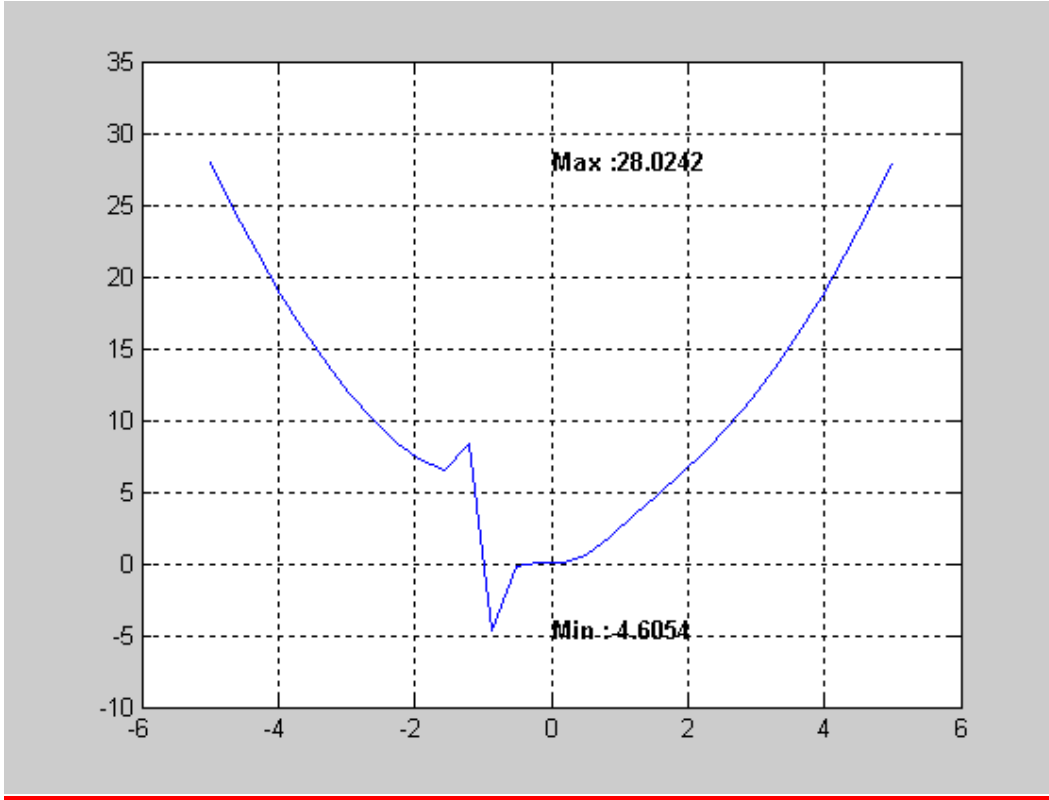
```
axis([-6 6 -10 35])
```

```
text(0,a,strcat('\bfMin :',num2str(a)))
```

```
text(0,b,strcat('\bfMax :',num2str(b)))
```



axis([x1 xn y1 yn]) → eksenlerdeki değerlerin başlangıç ve son değerlerini belirtir.



### Özel (special) fonksiyonlar; specfun

Bunlardan bazıları ve anlamları aşağıda verilmiştir.

**factor(n)** n sayısının asal çarpanlarını bulur.

**isprime(n)** n sayısının asal olup olmadığını denetler, asal ise 1 değilse 0 değerini döndürür.

**primes(n)** n sayısına kadar olan asal sayıları listeler

**gcd(a,b)** a ile b sayılarının OBEB ini bulur

**lcm(a,b)** a ile b sayılarının OKEK ini bulur

**rats(a)** a sayısını rasyonel sayıya çevirir.

**perms(a)** a stringinin permütasyonlarını bulur.

**factorial(n)** n faktöryeli (n!) bulur.

**nchoosek(n,r)** n nin r li kombinasyon-larının sayısını bulur.

**sqrt(x)** x in karekökü

**sin(x)** Radyan cinsinden x in sinüsü

**cos(x)** Radyan cinsinden x in cosinüsü

**tan(x)** Radyan cinsinden x in tanjantý

**cot(x)** Radyan cinsinden x in cotanjantý

**acos(x)** arccosx

**asin(x)** arcsinx

**atan(x)** arctanx

**acot(x)** arccotx

**exp(x)**  $e^x$

**log(x)**  $\ln(x)$

**log10(x)**  $\log x$

**abs(x)** x (x in mutlak değeri)

**fix(x)** x in yukarıya yuvarlanmış

**ceil(x)** x in aşağıya yuvarlanmış

**floor(x)** x in tamdeğeri,

**sign(x)** x in işareti

**round(x)** x e en yakın tamsayıya yuvarlar.

**mod(x,y)** x in y modundaki değeri

**rem(x,y)** x in y ye bölümünden kalan

**vpa(x, y)** variable-precision arithmetic. x işlemini y duyarlılıkta yazar **vpa('sqrt(2)', 50)**

ans = 1.4142135623730950488016887242096980785696718753769

## DOĞRUSAL OLMAYAN DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Doğrusal olmayan denklemlerin doğrusal denklemlerde olduğu gibi tek bir standart biçimi yoktur. Gerek MATLAB içinde gerekse Otimatization Toolbox içinde, gerek tek değişkenli ve gerekse çok değişkenli denklemlerin çözümünde kullanılan çeşitli çözüm fonksiyonları vardır. Doğrusal olmayan denklemlerin çözümü, doğrusal denklem çözümü kadar basit olmayıp bunların çözümü için ayrıca bir fonksiyon dosyası hazırlanması gerekir.

Burada, MATLAB içinde yer alan fzero fonksiyon fonksiyonu ile Otimatization Toolbox içinde yer alan fsolve fonksiyon fonksiyonu ayrıntılı bir biçimde ele alınacaktır. Ayrıca diğer doğrusal olmayan fonksiyon fonksiyonlarının kısaca tanımları gözden geçirilecektir.

fzero: Fonksiyon fonksiyonu; tek değişkenli bir fonksiyonun sıfırını hesaplar. Genel kullanım biçimleri aşağıda olduğu gibidir.

```
z=fzero('function',X0);  
z=fzero('function',X0,tol);  
z=fzero('function',X0,tol,trace);
```

fun(x) biçimindeki bir fonksiyonun, X0 ile tanımlanan değere yakın olan tek bir sıfırını hesaplar. Burada, fonksiyonu sıfır yapan, yani x eksenini kesen bir sıfır değeri hesaplanır.

İkinci bildirimde yer alan tol isimli, seçimli argüman bağıl hata toleransını belirler. Üçüncü bildirimde yer alan seçimli trace argümanı her bir hesap yineleme işlemindeki bilgileri görüntüler.

Fonksiyon fonksiyonu olan fzero fonksiyonunu kullanmak için ayrıca function ile başlayan bir fonksiyon dosyası hazırlanması gerekir.

**Örnek:**  $f(x)=x^3-2x-5$  fonksiyonunun bir sıfırını bulunuz.

**Çözüm:** Önce bir fx.m adı ile fonksiyon dosyası hazırlanır.

```
Function y=fx(x)  
y=x^3-2*x-5
```

Burada dosya adı 'fx' ile fonksiyon adı 'fx' aynı olması gerektiğine dikkat edilmelidir. Daha sonra MATLAB ortamında

```
z=fzero('fx',2)   bildirimini ile  
z=2.0946
```

sonucu elde edilir. Burada  $X_0=2$  olarak tahmini bir başlangıç değeri verilmiştir.

$f(x)$  fonksiyonu gerçekten bir polinom olduğuna göre aşağıda verilen roots komutu ile

```
p=roots([1 0 -2 -5])
```

Aynı fonksiyonu sıfır yapan gerçek değer ile birlikte karmaşık eşlenik kökleri de;

```
p=  
2.0946  
-1.0473 + 1.1359i  
-1.0473 - 1.1359i
```

olarak elde edilmiş olur

**Örnek :**  $e^{2x} - x - 2$  biçiminde verilen doğrusal olmayan fonksiyonun bir adet sıfırını bulunuz.

**Çözüm:** Burada  $f(x)$  fonksiyonu;

```
f(x)=e2x -x -2 biçimine sokulabildiğine göre fonksiyon dosyası;  
function y=fex(x)  
y=exp(2*x)-x-2;
```

biçiminde hazırlanır. Daha sonra MATLAB ortamında;

```
z=fzero('fex',1)  
z0.4475
```

elde edilir.

Yukarıdaki örneklerden de görüldüğü gibi fzero fonksiyonu herhangi bir fonksiyonun tahmini bir sıfırının hesaplanmasında ve/veya doğrusal olmayan denklemlerin çözümünde daha kullanışlıdır. Doğrusal denklemlerin aynı anda tüm köklerini çözmek gerektiğinde roots fonksiyonunu kullanmak daha pratik olacaktır.

## **DOĞRUSAL OLMAYAN DENKLEM TAKIMLARININ ÇÖZÜMÜ**

Doğrusal olmayan denklem takımlarının çözümünde, Optimization Toolbox içinde yer alan fsolve fonksiyonu kullanılır. fsolve fonksiyonu doğrusal olmayan denklem takımının çözümünü sağlar.

fsolve fonksiyonunun belli başlı kullanım biçimleri aşağıda olduğu gibidir.

```
x=fsolve('fun',x0)
x=fsolve('fun',x0,options)
x=fsolve('fun',x0,options,'grad')
x=fsolve('fun',x0,options,'grad',p1,p2, ...)
[x,options]=fsolve('fun',x0, ...)
```

fsolve doğrusal olmayan denklemlerin köklerini hesaplar. Çıkış argümanı olan X değerleri;  $F(x)=0$  şeklinde hesaplanır. Burada  $F(x)$  ve X skalar, vektör veya matrislerden ibaret olabilir.

$x=fsolve('fun',x0)$  bildirimini, fun.m isimli M-dosyasında tanımlanan denklemleri, X0 tahmini başlangıç değerlerinden başlayarak çözer ve sonucu X değişkenine atar. Burada X0 boyutu x değişken sayısı kadar olmalıdır.

İkinci bildirimde yer alan seçimli argüman options seçimli parametreler vektörünü tanımlar. options için pek çok seçenek mevcuttur. Bunlar ile ilgili bilgiler help folve yolu ile sağlanabilir.

Üçüncü bildirimde yer alan grad, X noktasında fonksiyonların kısmi türevlerini (Jacobianlarını)  $df/dx$ ,  $df=grad(x)$  elde etmek için kullanılır.  $df$ 'in i'inci sütunu  $f$ 'deki fonksiyonun i'inci kısmi türevine karşılık gelir.

|              |  |
|--------------|--|
| attgoal      | Çoklu-amaçlı hedefe ulaşma problemi çözümü |
| constr       | Kısıtlı minimizasyon çözümü                |
| fmin         | Skalar kısıtsız minimizasyon çözümü.       |
| fminu, fmins | Kısıtsız minimizasyon çözümü.              |
| Fsolve       | Doğrusal olmayan denklem çözümü.           |
| leastssq     | Doğrusal olmayan en küçük kareler çözümü.  |
| minimax      | Minimum-maksimum çözümü.                   |
| seminf       | Yarı mutlak minimizasyon                   |
| lp           | Doğrusal programlama                       |
| nns          | Negatif olmayan en küçük kareler çözümü.   |
| qp           | Eğrisel programlama.                       |

## **MATLAB'TA DİFERANSİYEL DENKLEM ÇÖZÜMLERİ**

Birinci dereceden bir diferansiyel denklemin genelleştirilmiş biçimi

$$y' = \frac{dy}{dx} = g(x,y)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada; x bağımsız değişken ve y de bağımlı değişkendir. Birinci dereceden bir diferansiyel denklemin çözümü  $f'(x) = g(x,y)$  fonksiyonundan elde edilen  $y=f(x)$  şeklinde bir fonksiyondur. Bir diferansiyel denklem çözümünün sayısal hesaplaması  $y'$  türevinden y nin

elde edilmesi için gerekli integrasyon işlemini (  $y = \int_{x=a}^{x=b} g(x,y)dx$  ) kapsar. Bir

diferansiyel denklemin çözümü genellikle bir fonksiyonlar ailesi biçimindedir. Tek bir özel çözümün hesaplanabilmesi için sınır koşullarının ( $x=a$ ,  $x=b$ ) tanımlanması gerekir.

## **MATLAB'TA DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ**

MATLAB'ta diferansiyel denklemlerin sayısal çözümünde kullanılan; ode23 ve ode45 adında iki adet Runge-Kutta fonksiyonu mevcuttur. Bunlardan; ode23 fonksiyonu ikinci ve üçüncü dereceden Runge-Kutta integrasyon denklemlerini, ode45 fonksiyonunda dördüncü ve beşinci dereceden Runge-Kutta integrasyon denklemlerini kullanır. ode23 ve ode45 fonksiyonlarında aynı türden giriş ve çıkış argümanları kullanılır.

Ode fonksiyonlarının genel kullanım şekli;

`[y t] = ode23('yprime',t0,tf,y0,tol,trace);`

biçimindedir. Giriş argümanlarının açıklaması ise aşağıda olduğu gibidir.

Yprime:

İntegre edilmesi gereken diferansiyel denklem takımını tanımlayan fonksiyon dosyası, m-uzantılı olarak saklanan fonksiyon dosyası ve fonksiyon adı aynı (örneğin yprime) olmalı ve ode fonksiyonları ile çağrıldığında " (tırnak) içinde gösterilmelidir. Kullanıcı tarafından hazırlanan fonksiyon dosyası bağımsız değişken  $x$  ve bağımlı değişken  $y$  olmak üzere iki giriş argümanına ve aşağıda gösterilen, durum türevlerinin bir sütun vektörü olan  $ydot(y')$  çıkışına sahiptir.

$$y_i' = \frac{dy}{dx} \quad \text{veya} \quad y_i' = \frac{dy}{dt}$$

Fonksiyon dosyası function `ydot=dosya_adi(t,y)` bildirimini ile başlar ve çözülecek DD takımı denklemlerinin MATLAB formatında yazılımı ile devam eder.

t0:

İntegrasyon için başlama zamanı veya  $y=f(x)$  şeklinde herhangi bir fonksiyonun integre edilmesi halinde integrasyon aralığının başlangıç değeri, a.

tf:

İntegrasyon zamanının nihai değeri veya  $y=f(x)$  şeklinde herhangi bir fonksiyonun integre edilmesi halinde integrasyon aralığının sona erme değeri, b.

y0:

Bağımsız değişkenin veya sınır değerleri. Bir diferansiyel denklem takımının çözümü halinde başlangıç koşulları bir satır vektörü biçiminde olur.

tol:

Seçime bağlı bir argüman olup çözümde integrasyon işleminin hata sınırlarını belirler. Eğer bu argüman çağırılan fonksiyonda yer almazsa ode23 fonksiyonunda hata sınır değeri 1.0e-3 ve ode45 ile hata sınır değeri 1.0e-6 olarak otomatik belirlenir.

trace:

İsteğe bağlı bir argüman olup hesaplama sırasında elde edilen ara değerlerin saklanıp saklanmayacağını belirleyen bir bayrak (flag) tır. 0 değeri saklanmayacağını ve 1 değeri saklanacağını gösterir. Kullanılmaması halinde otomatik olarak 0 kabul edilir.

ode fonksiyonları ile elde edilen çözümün sonuçları bir t ve y matrisleri biçiminde daha sonra kullanılmak üzere saklanır. Burada birinci argüman, t bir sütun vektörü şeklinde zaman değerlerini veya  $y=f(x)$  halinde bağımsız fonksiyon değerlerini temsil eder. İkinci argüman, y; diferansiyel denklemin derecesine bağlı olarak durum değişkenleri matrisini temsil eder. Bu matris durum değişkenlerinin sayısı kadar sütuna sahiptir. Satır sayısı ise çözümün durumunu belirler.

ode fonksiyonlarının kullanımı ve bunlar ile birlikte kullanılacak diferansiyel denklem fonksiyon dosyalarının yazılmasını açıklamak üzere basit bir birinci dereceden diferansiyel denklem çözüm örneği verelim.

**Örnek:** Aşağıda verilen birinci dereceden diferansiyel denklemin  $y(0)=1$  başlangıç koşulu ve  $[1,10]$  sınır değerleri arasındaki çözümünü bulalım.

$$y' = \frac{dy}{dx} = g_1(x,y) = 4x^3 \cos x^2 - x^2$$

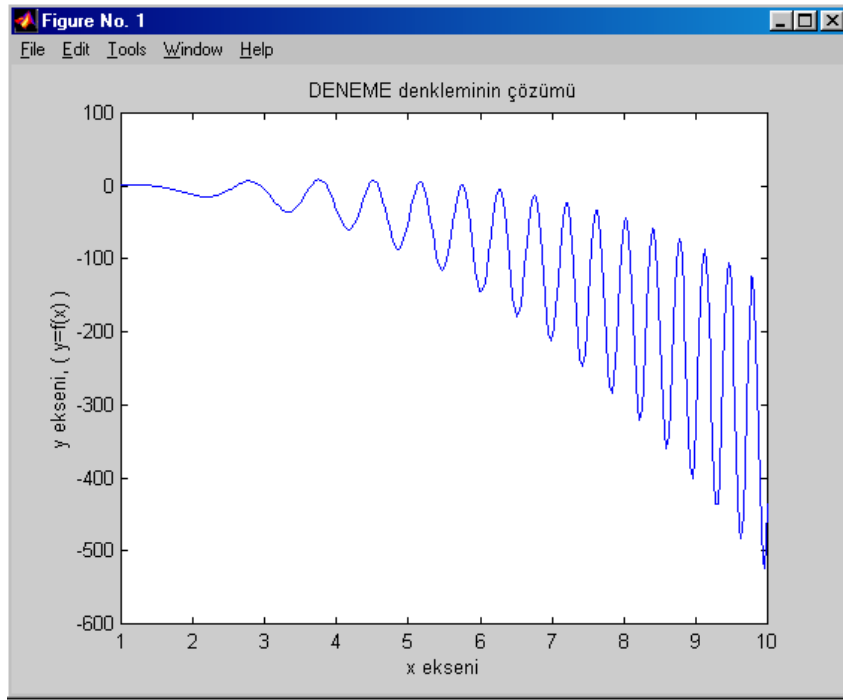
**Çözüm:** Problemin çözümü için, ilkönce aşağıdaki fonksiyon dosyası yazılır. Fonksiyonun yazılması için MATLAB'ın dahili editörü kullanılabilir. Bunun için MATLAB komut satırında edit yazılıp enter'a basılır. MATLAB'ta sayısal diferansiyel çözümleri için ode fonksiyonları kullanılır. ode fonksiyon dosyaları daha önceden de anlatıldığı gibi fonksiyon dosyalarıdır. Yani çözümü üretilecek probleme ait fonksiyonu girdi olarak kabul ederler. Sonucu ise problemin bağımlı ve bağımsız değişkenlerine karşılık gelecek şekilde matrisel olarak üretir. Bundan dolayıdır ki, eleman sayısı birden fazla olan matrisel sonuçları gözlemlemenin en iyi yolu grafiğini çizdirmektir. MATLAB programında bu işi yapan fonksiyon ya da komut plot (çiz) komutudur. Plot komutunun kullanım şekli problemin çözümü sırasında anlatılacaktır

```
function dy =deneme(x,y)
dy=4*x^3*cos(x^2)- x^2;
```

function kelimesiyle başlayan dosyanın fonksiyon adı deneme olarak belirlendiğinden dosya adı da deneme.m olarak saklanmalıdır.

MATLAB ortamında çözüm sağlayan bildirimler ve grafik çıktısı aşağıdaki gibidir.

```
>> [a b]=ode23('deneme',1,10,1);
>> plot(a,b,'b-');
>> title(' DENEME denkleminin çözümü ');
>> xlabel('x eksenini')
>> ylabel('y eksenini, ( y=f(x) )');
```



**Resim 6:** Çözümün grafik çıktısı

MATLAB ortamında çalıştırılan yukarıdaki bildirimler ile aşağıdaki adımlar gerçekleştirilmiştir;

**a)** birinci satırda ode fonksiyonu ile çağrılan diferansiyel denklem fonksiyonunun sayısal çözümü gerçekleştirilmektedir; bundan sonra ode işleminin sonucunda a ve b 'nin içerikleri aşağıdaki gibi olmuştur.

```
a =
    1.0000
    1.0689
    1.1474
    1.2191

b =
    1.0000
    1.0720
    1.1178
    1.0967
```





**b)** ikinci satırda çözüm sonuçlarının plot komutu ile çizdirilmesi sağlanmaktadır. Burada Plot komutunun kullanım şekli aşağıdaki gibidir.

`plot(x,y,seçenek)`

**x:** Kordinat düzleminde x eksenine karşılık gelecek olan değerler topluluğu.

**y:** Kordinat düzleminde y eksenine karşılık gelecek olan değerler topluluğu.

**seçenek:** Seçenek parametresi zorunlu değildir. Grafik çıktısının görsel açıdan özelliklerini belirleyen bir değerdir. Örnekte kullanılan "b-" ifadesi grafiğin mavi (b:blue) renkte çizgisel (solid) olarak oluşturulacağını belirtir. Kullanılabilecek parametreler aşağıdaki gibidir

| renkler   | nokta belirteçleri | çizim stilleri |
|-----------|--------------------|----------------|
| y yellow  | . point            | - solid        |
| m magenta | o circle           | : dotted       |
| c cyan    | x x-mark           | -. dashdot     |
| r red     | + plus             | -- dashed      |
| g green   | * star             |                |
| b blue    | s square           |                |
| w white   | d diamond          |                |
| k black   | v triangle (down)  |                |
|           | ^ triangle (up)    |                |
|           | < triangle (left)  |                |
|           | > triangle (right) |                |
|           | p pentagram        |                |
|           | h hexagram         |                |

- c) üçüncü satırda ,açıklayıcı olması açısından grafiğe başlık verilmiştir.
- d) dördüncü satırda, grafiğin x eksenine ait bir açıklama verilmiştir.
- e) beşinci satırda, grafiğin y eksenine ait bir açıklama verilmiştir.

## MATLAB'TA DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN SEMBOLİK ÇÖZÜMÜ

MATLAB programı her ne kadar sembolik çözümler gerçekleştirmek üzere geliştirilmiş bir paket program olmasa da, MATLAB'a 4.0 sürümünden sonra The Symbolic Math Toolbox adı altında bir paketin eklenmesiyle bu iş içinde kullanılmaya başlanmıştır. Sembolik çözümlenmenin anlamı; bir sayısal çözüm elde etmek yerine, sayısal çözümün bir basamak gerisinde kalan, sayısal çözümü verebilecek bir fonksiyon elde etmektir. MATLAB'ta diferansiyel denklem çözümü için kullanılan fonksiyon fonksiyonu dsolve (differential solve: diferansiyel çözümler)'dur.

### dsolve **fonksiyon fonksiyonu** :

Dsolve fonksiyonu sıradan diferansiyel eşitliklerin sembolik çözümünü bulur. dsolve('eşitlik1','eşitlik2', ... , 'bsart1','bsart2',...) şeklinde başlangıç şartlarını ve sıradan diferansiyel eşitlikleri parametre olarak alır. Bu şekilde birçok başlangıç şartı ve eşitlik beraberce kullanılabilir. Dsolve fonksiyon fonksiyonu sunucu default olarak, bağımsız değişken "t" ye göre hesaplar. Bu "t" varsayılanı, fonksiyonun sonuna eklenecek bir başka bağımsız değişken ile değiştirilebilir.örneğin;

dsolve('eşitlik1','eşitlik2', ... , 'bsart1','bsart2',...,'x')

"D" harfi bağımsız değişken sırası ile diferansiyel bulmayı belirtir, genellikle "D",  $d/dt$  dir. Ayrıca  $D^2=d^2/dt^2$  olarak ifade edilir. Hemen "D" diferansiyel bulma operatörünü izleyen herhangi bir karakter, bağımlı değişken olarak alınır. Örnek olarak,  $D^3y$   $y(t)$ 'nin 3.türevini belirtir. Dikkat edilmesi gereken bir nokta vardır, buda "D" harfinin eşitliğin herhangi bir yerinde sembolik değişken olarak kullanılmamasıdır.

dsolve fonksiyonunda, y bağımlı değişkenlerden biri ve a ve b sabitler olduğunda  $y(a)=b$  veya  $Dy(a)=b$  şeklinde başlangıç şartları belirtilebilir. Eğer başlangıç şartlarının sayısı bağımlı değişkenlerin sayısından az

verilirse, meydana gelen çözümler rasgele sabitler (C1,C2,C3,...gibi) içerir.

dsolve fonksiyonu eğer, belirgin bir çözüm bulduysa bunu ekrana basar, eğer belirgin bir çözüm bulunamazsa bir uyarı verilir ve boş bir sym(symbolic) değeri geri döndürülür. Ayrıca dsolve fonksiyonu bazı durumlarda diferansiyel eşitlik veya integral içeren ifadeler içeren çözümler bulabilir.

## **Birinci Mertebeden Adi Diferansiyel Denklemler**

**Örnek 1:**  $(3x^5y^5-2y)dx + (5x^6y^4+x)dy=0$  denklemini çözelim.

### **Çözüm:**

Denklemi dsolve fonksiyonunu kullanarak çözebilmek için aşağıda olduğu gibi ifade etmek gerekir. Burada matematiksel operatörlere ve bunları çevreleyen parantezlerin konumlarına dikkat etmek gerekir. Burada fazla parantez kullanmak lehimize olacaktır, böylece yazabileceğimiz olası hatalı ifadelerden de kurtulmuş oluruz.

$$(3*x^5*y^5-2*y)*Dx+(5*x^6*y^4+x)*Dy=0$$

Denklemin çözümü için MATLAB komut satırına aşağıdaki komutu girmek yeterlidir.

```
>> dsolve('(3*x^5*y^5-2*y)*Dx+(5*x^6*y^4+x)*Dy=0')
```

bu komuttan sonra MATLAB komut penceresinde görüntülenen çözüm fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

ans=

$$C1+x^3*y(t)^5+1/x^2*y(t)=0$$

Bu sonucu daha anlaşılır ifade etmek gerekirse;

$$\implies x^3y^5 + x^{-2}y=c \text{ `dir.}$$

**Örnek 2:**  $(x^2+3y^2) dx + 2xy dy=0$  denkleminin çözümünü bulalım.

### **Çözüm:**

Bu denklemin çözümü için gerekli MATLAB komutu aşağıdaki gibidir.

>> dsolve('(x^2+3\*y^2)\*Dx+(2\*x\*y)\*Dy=0')

Bu komutun çıktısı şöyle olur.

ans =

$$C1+x^3*y(t)^2+1/5*x^5=0$$

Bu sonucu daha anlaşılır ifade etmek gerekirse;

$$\Rightarrow \frac{x^5}{5} + x^3 y^2 = c \text{ dir.}$$

**Örnek 3:**  $dy/dt+y=5$  dif.denk.çözümü

>> dsolve('Dy+y=5')

ans = 5+exp(-t)\*C1 , sonuç:  $5+C1e^{-t}$  , C1 çözümle ilgili katsayıdır.

**Örnek 4:**  $\frac{d^2y}{dt^2}+5y=25$  dif.denklemin  $y(0)=2$  ve  $y(1)=3$  için çözümü

cozum=dsolve('D2y+5\*y=25','y(0)=2','y(1)=3')

cozum =

$$5+(-2+3*\cos(5^{(1/2)}))/\sin(5^{(1/2)})*\sin(5^{(1/2)}*t)-3*\cos(5^{(1/2)}*t)$$

>> pretty(cozum)

$$5 + \frac{(-2 + 3 \cos(5^{1/2})) \sin(5^{1/2} t) - 3 \cos(5^{1/2} t)}{\sin(5^{1/2})}$$

### Homogen diferansiyel denklemler

Birinci mertebeden bir lineer adi diferansiyel denklemin

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

şeklinde verildiğini biliyoruz. Eğer,  $y/x$  veya  $x/y$  nin bir g-fonksiyonu bulunabilirse, öyle ki,

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) = g(y/x)$$

olsun ozaman  $f(x,y)$  fonksiyonuna homogen fonksiyon ve yukarıdaki denkleme homogen diferansiyel denklem denir.

**Örnek 1:**  $(y + \sqrt{x^2 + y^2})dx - xdy = 0$  denklemini çözelim.

**Çözüm:**

Çözüm için gerekli MATLAB komutu aşağıdaki gibidir.

```
>> cozum=dsolve('(y+sqrt(x^2+y^2))*Dx-x*Dy=0')
```

Burada sqrt fonksiyonu karekök alma fonksiyonudur. Problemin çözümü olarak;

cozum =

```
[ (1-2*C1*y(t))^(1/2)/C1  
[-(1-2*C1*y(t))^(1/2)/C1]
```

şeklinde bir sütun matris oluşmuştur. Burada matrisin 1. elemanı ile 2. elemanı arasındaki tek fark işaretlerinin farklı olmasıdır. Bu da problemin iki farklı çözümü olduğunu göstermektedir.

Burada sonuç ifadesinin okunabilirliği azdır. MATLAB'ta bunu normal, matematiksel tarzda ifade etmeye yarayan bir fonksiyon vardır. Bu fonksiyon aşağıdaki gibidir.

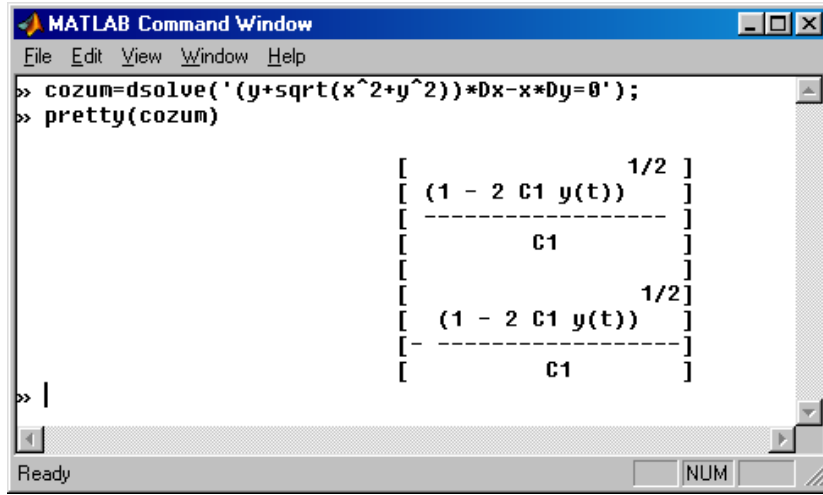
```
pretty(symbolic)
```

symbolic ifadesi normal matematiksel tarzda yazılması istenen fonksiyona karşılık gelmektedir. pretty fonksiyonun ile kullanılacak parametre mutlaka sembolik olmalıdır. Örnek olarak bulduğumuz cozum adındaki sütun matrisi sembolik biçimdedir. Bunu örneğimize uygularsak, yazacağımız komut satırı ve örnek ekran çıktısı aşağıdaki gibidir.

```
>> pretty(cozum)
```

veya

```
>> pretty(dsolve('(y+sqrt(x^2+y^2))*Dx-x*Dy=0'))
```



```
MATLAB Command Window
File Edit View Window Help
>> cozum=dsolve('(y+sqrt(x^2+y^2))*Dx-x*Dy=0');
>> pretty(cozum)

      [          1/2 ]
      [ (1 - 2 C1 y(t)) ]
      [ ----- ]
      [          C1 ]
      [          ]
      [          ]
      [          1/2 ]
      [ (1 - 2 C1 y(t)) ]
      [ ----- ]
      [          C1 ]

>> |
Ready NUM
```

**Resim 7:** pretty komutunun kullanımı

## Birinci mertebeden lineer diferansiyel denklemler

$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$  şeklindeki denklemlere lineer diferansiyel denklem denir.

**Örnek 1:**  $y' + (1/x)y = \sin x$  denklemini çözelim

### Çözüm:

Burada  $y' = dy / dx$  olduğundan bağımsız değişken  $x$ 'tir.  $x$  dsolve fonksiyonunun sonunda belirtilir. Çözüm için gerekli MATLAB komutu aşağıdaki gibidir.

```
>> pretty(dsolve('Dy+(1/x)*y=sin(x)', 'x'))
```

elde edilen sonuç;

$\frac{\sin(x) - x \cos(x) + C1}{x}$  gibidir.

**Örnek 2:**  $\frac{dy}{dx} = e^{2x} + 3y$  denklemini çözelim.

### Çözüm:

MATLAB'ta kullanılabilecek bir "e" sabiti yoktur. "e" üzerili ifadeleri belirtmek için exp(p) fonksiyonu kullanılır. Buradaki p "e" nin üssü olan

değerdir. Örneğin  $\exp(1) = 2.7183$  'dür. Çözüm için gerekli MATLAB komutu aşağıdaki gibidir.

```
>> pretty(dsolve('Dy=exp(2*x)+3*y','x'))
```

elde edilen sonuç;

$-\exp(2x) + \exp(3x) C_1$  olur.

## BERNOULLİ DENKLEMİ

Birinci mertebeden bir adi diferansiyel denklem,

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = y^n Q(x)$$

şeklinde ise bu diferansiyel denkleme Bernoulli denklemi denir.

**Örnek:**  $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = -\frac{y^2}{x}$  denklemini gözelim

### Çözüm:

Çözüm için gerekli MATLAB komutu aşağıdaki gibidir.

```
>> pretty(dsolve('Dy-y/x=-y^2/x','x'))
```

elde edilen sonuç;

$$\frac{x}{x+C_1} \text{ olur.}$$

## Interpolasyon

Intepolasyon için genel form  $y_i = \text{interp1}(x, y, xi, \text{method})$  seklindedir x ve y verilen degerler,  $y_i$  ise interpolasyon fonksiyonundan hesaplanan degerler ( $y_i = f(x_i)$ ).

$YI = \text{INTERP1}(X,Y,XI, \text{'method'})$  specifies alternate methods.

Metotlar ise,

- 'nearest' - nearest neighbor interpolation
- 'linear' - linear interpolation
- 'spline' - piecewise cubic spline interpolation (SPLINE)
- 'pchip' - piecewise cubic Hermite interpolation (PCHIP)
- 'cubic' - same as 'pchip'

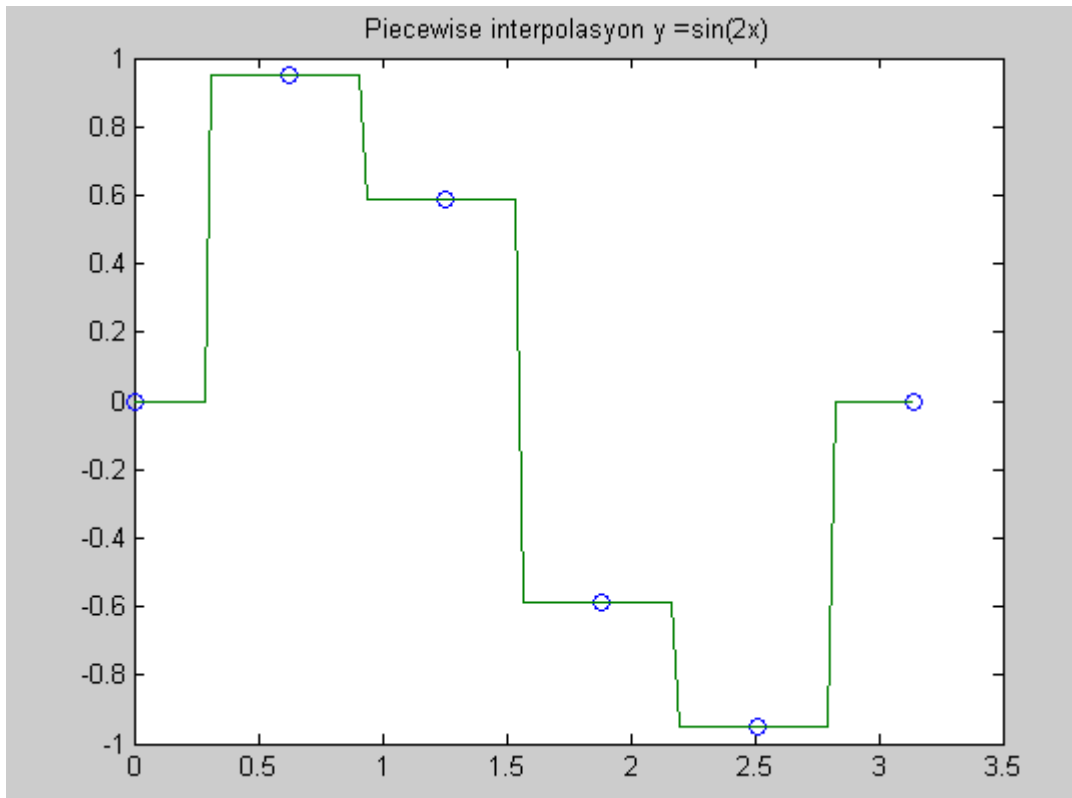
### örnek :

$(x_k, y_k) = (k \cdot \pi/5, \sin(2x \cdot k))$ ,  $k = 0, 1, \dots, 5$ , degerlerini üretelim,

```
x = 0:pi/5:pi;  
y = sin(2.*x);
```

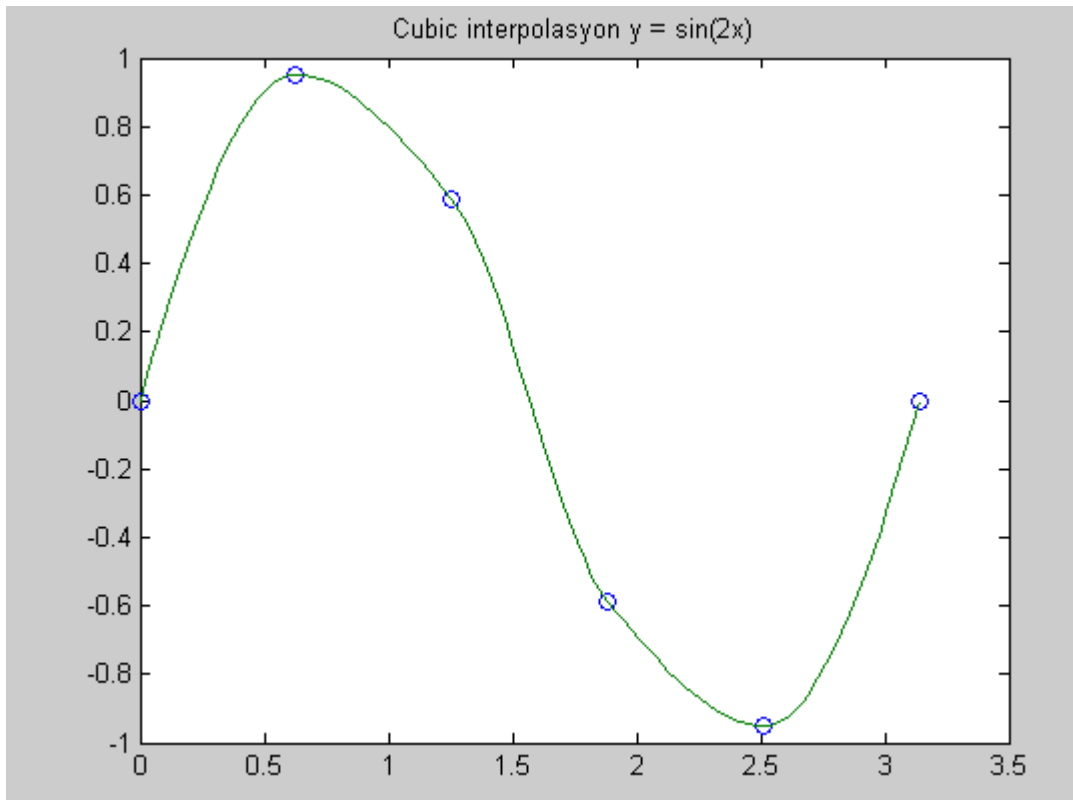
bulunan degerleri kullanarak interpolasyon yaparsak ,

```
xi = 0:pi/100:pi;  
yi = interp1(x, y, xi, 'nearest');  
plot(x, y, 'o', xi, yi), title('Piecewise interpolasyon y =sin(2x)')
```



```
yi = interp1(x, y, xi, 'cubic');  
plot(x, y, 'o', xi, yi), title('Cubic interpolant of y = sin(2x)')
```





spline fonksiyonu kullanılarakta interpolasyon yapılabilir,

```
x = -3:3;
```

```
y = [-1 -1 -1 0 1 1 1];
```

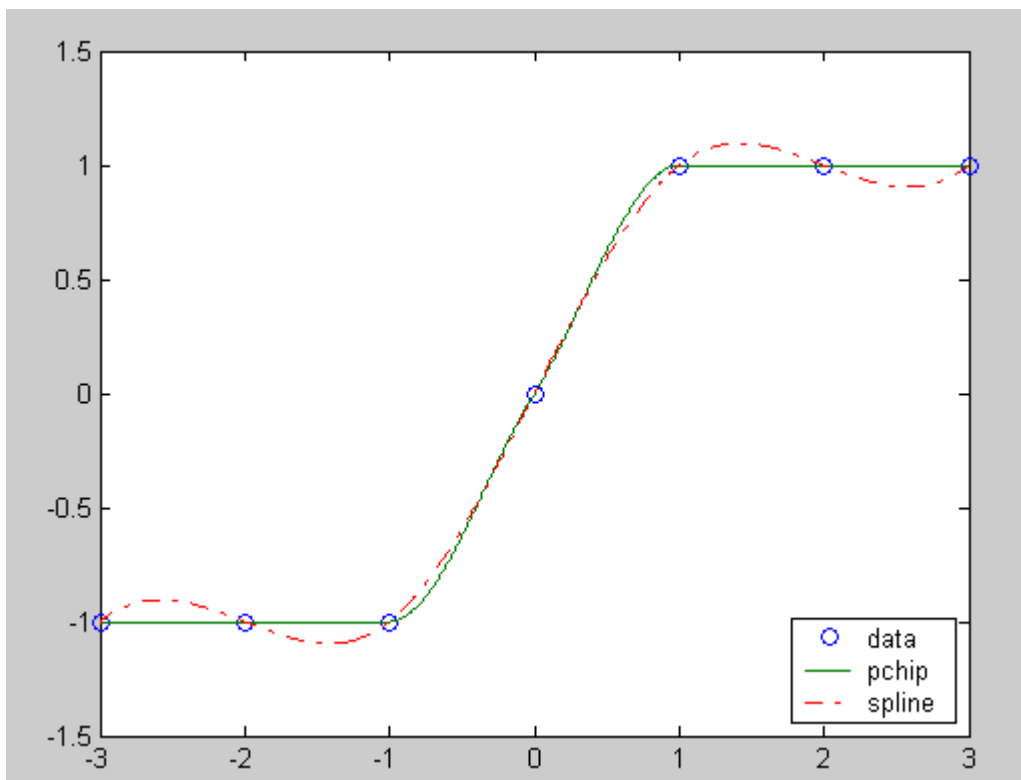
```
t = -3:.01:3;
```

```
p = pchip(x,y,t);
```

```
s = spline(x,y,t);
```

```
plot(x,y,'o',t,p,'-',t,s,'-.-')
```

```
legend('data','pchip','spline',4)
```



## İki boyutlu interpolasyon

{ $x_k, y_l$ } noktaları için ,  $1 \leq k \leq m$ ,  $1 \leq l \leq n$  aralığında  $z_{kl}$ , verildiğinde  $z = f(x, y)$  interpolasyon denklemi

$z_i = \text{interp2}(x, y, z, x_i, y_i, \text{'method'})$  MATLAB fonksiyonu ile bulunabilir metotlar :

\_ 'nearest' - nearest neighbor interpolation

\_ 'linear' - bilinear interpolation

\_ 'cubic' - bicubic interpolation

\_ 'spline' - spline interpolation

Örnek:

$z = \sin(x^2 + y^2)$  fonksiyonundan  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $-1 \leq y \leq 1$  aralığında data üreterek 'linear' ve the 'cubic' metotlaral interpolasyon yapalım,

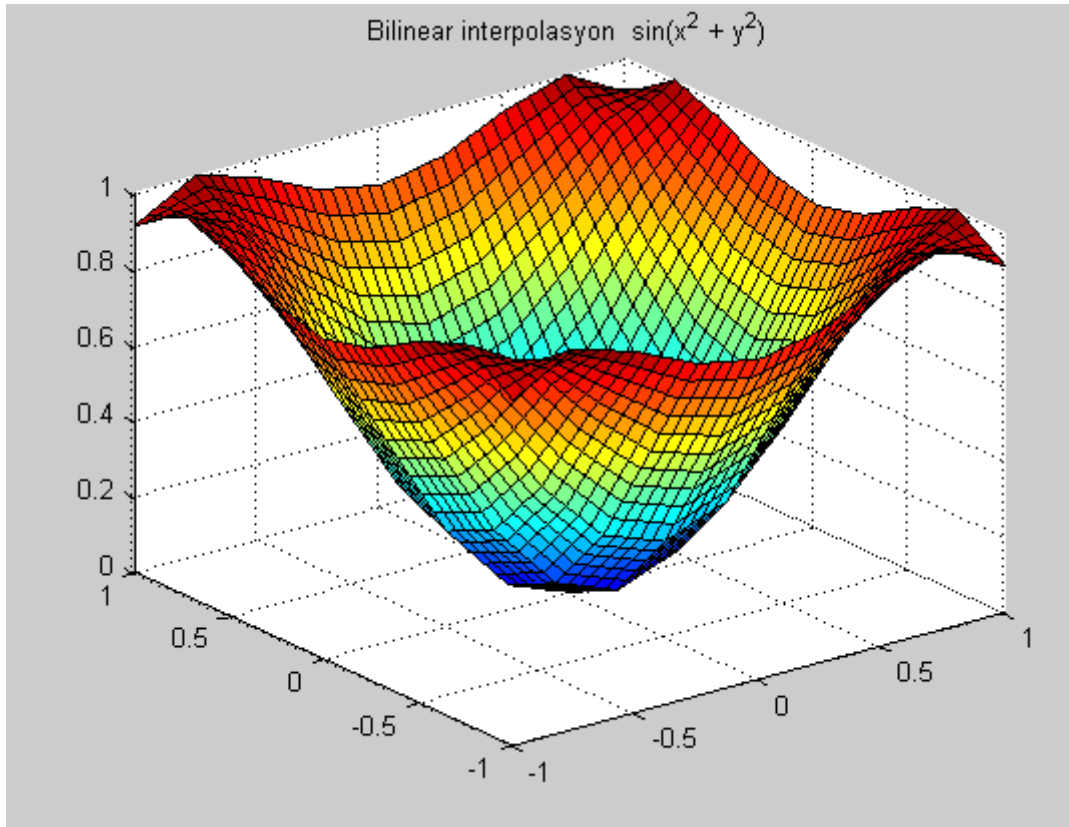
```
[x, y] = meshgrid(-1:.25:1);
```

```
z = sin(x.^2 + y.^2);
```

```
[xi, yi] = meshgrid(-1:.05:1);
```

```
zi = interp2(x, y, z, xi, yi, 'linear');
```

```
surf(xi, yi, zi), title('Bilinear interpolasyon sin(x^2 + y^2)')
```



## İstatistik uygulamalar

İstatistikte kullanılan dağılım fonksiyonları ve özellikleri üzerinde duralım,

### Binomial dağılım:

Binom dağılımının olasılık fonksiyonu,

$q=1-p$

$\mu = np$

$\sigma^2 = npq$

örnek:

$n=25, p=0.2,$

47

$p(x \leq 3) = ?$

$p1 = \text{binocdf}(3, 25, 0.2)$

baska bir biçimde aynı sonuç bulunabilir,

$p2 = \text{sum}(\text{binopdf}(0:3, 25, 0.2))$

Örnek:

$N=6, p=0.3$  ve  $p=0.7$  için olasılık yoğunluk fonksiyonunu çizelim,

$x=0:6$

$\text{pdf1} = \text{binopdf}(x, 6, 0.3)$

$\text{pdf2} = \text{binopdf}(x, 6, 0.7)$

$\text{subplot}(1, 2, 1)$

$\text{bar}(x, \text{pdf1}, 1, 'w')$

$\text{title}('n=6, p=0.3')$

$\text{xlabel}('x')$

$\text{ylabel}('f(x)')$

$\text{axis square}$

$\text{subplot}(1, 2, 2)$

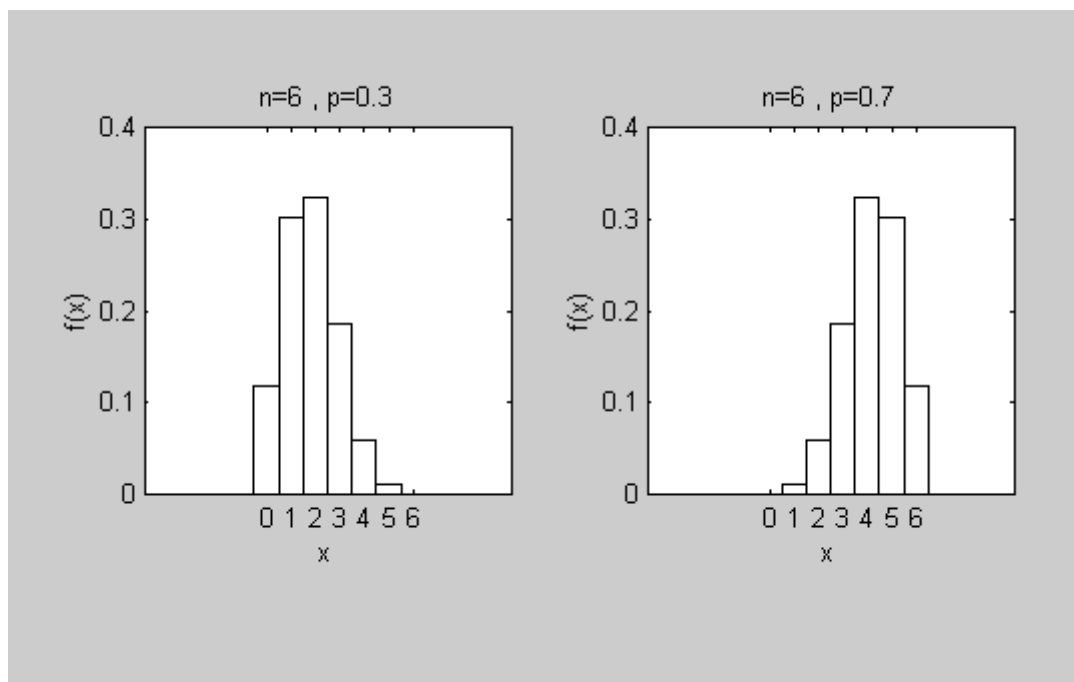
$\text{bar}(x, \text{pdf2}, 1, 'w')$

$\text{title}('n=6, p=0.7')$

$\text{xlabel}('x')$

$\text{ylabel}('f(x)')$

$\text{axis square}$



**Input Output**

Sisteme bilgi girişi için input fonksiyonu kullanılır,  
A=input('bir sayı giriniz')  
Girilen değer değişkene atanır.  
Herhangi bir değeri görüntülemek için disp kullanılır,  
disp( 'MATLAB' );  
disp(a)  
disp( [ 'Kültür ' 'Universitesi' ] );  
ad = 'ali'; disp( [ 'merhaba ' ad ] );  
d = [ num2str(16) '-subat-' num2str(2004) ];  
8  
disp(d);  
16-subat-2004  
x = 44.2;  
disp( [ 'sonuc = ' num2str(x) ] );  
cevap=44.2  
formatlı çıkış için, fprintf fonksiyonu kullanılır,  
fprintf( format, data )  
format için aşağıdaki karakterler kullanılır,  
\_ %d integer  
\_ %f floating point format  
\_ %e exponential format  
\_ \n new line character  
\_ \t tab character  
fprintf( 'yarıçapı %d olan dairenin alanı %f', 3, pi\*3^2 );  
yarıçapı 3 olan dairenin alan 28.274334  
x = pi;  
fprintf( 'x = %10.2f', x );  
x = 3.14

### **Save , Load**

Bir dosya veya değişken save komutu ile saklanır, load ile çalışma alanına getirilir.

save dosya-adı değişken1 değişken2 ...

load dosya-adı değişken1 değişken2 ...

### **M-Files**

Program kodlarını içeren file m-file adı verilir. Pull-down menu ile File-new seçeneği ile yaratılır. Script files veya function files olmak üzere 2 biçimde yazılabilir. Script file input argüman ve output argüman içermez.

18

Örnek script file,

% Script file

x = pi/100:pi/100:10\*pi;

y = sin(x)./x;

plot(x,y)

grid

ornek1 olarak save ediniz.

Yukarıdaki ornek programda % ile baslayan satır açıklama satırı.

İkinci satırda x degiskeni  $[\pi/100, 10*\pi]$  kapalı aralığında  $\pi/100$  artımla yaratılıyor.

Üçüncü satırda x degerleri için hesaplanan  $\sin(x)/x$  degerleri y degiskeninde saklanıyor.

Plot(x,y) ile grafik çiziliyor. Grid grafik ekranın grid olusturulması için kullanılmıştır.

Command Window da ornek1 yazılarak enter yapılırsa script file run edilmiş olur.

Function file için bir vectoru büyükten küçüğe sıralayan programı yazalım yazalım.

```
function [b, j] = sirala(a)
```

```
% Function a vectorunu büyükten küçüğe sıralar
```

```
% b argumani sıralanmış vector
```

```
% j sıralama sonrası elemanların index degerlerini verir.
```

```
[b ,j] = sort(-a);
```

```
b = -b;
```

Command window da,

```
a = [pi -10 35 0.15];
```

```
[b, j] =sirala(a)
```

```
b =
```

```
35.0000 3.1416 0.1500 -10.0000
```

```
j =
```

```
3 1 4 2
```

Bazı zamanlarda çalışma anında kullanılmak üzere function tanımlamak gerekebilir. Bu durumda inline fonction

kullanılır.

```
f = inline('sqrt(x.^2+y.^2)', 'x', 'y')
```

```
f =
```

Inline function:

```
f(x,y) = sqrt(x.^2+y.^2)
```

herhangibir degeri hesaplamak için

```
f(3,4)
```

```
ans =
```

```
5
```

yukarıda yazılan inline function matrix içinde kullanılabilir.

Örneğin:

```
A = [1 2;3 4]
```

```
A =
```

```
1 2
```

```
3 4
```

```
and
```

```
19
```

```
B = ones(2)
```

```
B =
```

```
1 1
```

```
1 1
```

$C = f(A, B)$

C =

1.4142 2.2361

3.1623 4.1231

Karakterlerden oluşan string bilgiler aşağıdaki gibi tanımlanabilir

s = ' MATLAB'

s =

MATLAB

### **Döngüler, Kontrol**

MATLAB programlamada aşağıdaki döngü ve kontroller kullanılabilir.

for loops

while loops

if-else-end

switch-case

for loops

for k = dizi

deyimler

end

for ve end arasındaki deyimler dizide belirtilen her eleman için icra

edilir. Örneğin n = 0, 1, ..., 10

için n/10 noktalarında sin değerlerini hesap edelim.

for n=0:10

x(n+1) = sin(pi\*n/10);

end

x

x =

Columns 1 through 7

0 0.3090 0.5878 0.8090 0.9511 1.0000 0.9511

Columns 8 through 11

0.8090 0.5878 0.3090 0.0000

for döngüsü iç içe kullanılabilir,

H = zeros(5);

for k=1:5

for l=1:5

H(k,l) = 1/(k+l-1);

end

end

20

H

H =

1.0000 0.5000 0.3333 0.2500 0.2000

0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667

0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429

0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250

0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111

Bulunan matrix Hilbert matrix olarak adlandırılır.

10x10 boyutunda  $A = [a_{kl}]$ , matrixini,  $a_{kl} = \sin(k)\cos(l)$  olacak şekilde elde etmek isteyelim,

```
A = zeros(10);
for k=1:10
for l=1:10
A(k,l) = sin(k)*cos(l);
end
end
```

yukarıdaki program daha kısa yazılabilir

```
k = 1:10;
```

```
A = sin(k)'*cos(k);
```

Bu işlem MATLAB vectorization olarak adlandırılır.

### **While loops**

Bu döngünün yapısı,

While koşul

Deyimler

End

Döngünün tekrar sayısını bilmiyorsa kullanılır. Bunun için aşağıdaki örneğe bakalım,

```
q = pi;
```

```
while q > 0.01
```

```
q = q/2;
```

```
end
```

```
q
```

```
q =
```

```
0.0061
```

### **if deyimi**

Bir koşula bağlı programın akısını değiştirmek için kullanılır,

If koşul

```
21
```

deyimler

```
end
```

Bir başka kullanım biçimi ,

If koşul

Deyimler (Eğer koşul doğruysa)

Else

Deyimler (Eğer koşul yanlışsa)

```
End
```

\_ç içe if lerde kullanılabilir,

```
if kosa l 1
```

Deyimler (Eğer koşul 1 doğruysa)

```
elseif kosa l 2
```

Deyimler (Eğer koşul 2 doğruysa)

```
elseif ...
```

```
.
```

```
.
```

```
.
```

```
else
```

Deyimler (Eğer tüm koşullar yanlışsa)

```
End
```

\_f deyiminde asagıdaki operatörler kullanılabilir,

Operator

<

<=

>

>=

== Esit

~= Esit degil

Mantıksal operatörler,

| And

& Or

~ Not

Örnek : Sayısal analizde önemli yeri olan Chebyshev polinomlarını hesap edelim,

$T_n(x)$ ,  $n = 0, 1, \dots$

22

$T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)$ ,  $n = 2, 3, \dots$ ,  $T_0(x) = 1$ ,  $T_1(x) = x$ .

function T = ChebT(n)

% Coefficients T of the nth Chebyshev polynomial of the first kind.

% They are stored in the descending order of powers.

t0 = 1;

t1 = [1 0];

if n == 0

T = t0;

elseif n == 1;

T = t1;

else

for k=2:n

T = [2\*t1 0] - [0 0 t0];

t0 = t1;

t1 = T;

end

end

Kübik Chebyshev polinomlarının katsayıları,

coeff = ChebT(3)

coeff =

4 0 -3 0

$T_3(x) = 4x^3 - 3x$ .

**Switch-case**

Genel yapısı,

switch deyim (sayısal veya string)

case deger1 (Eger deyim degeri deger1 ise)

komutlar

case deger2 (Eger deyim degeri deger2 ise)

komutlar

.  
. .  
.



```
otherwise
komutlar
end
```

Örnek:

Rastgele üretilen integer sayılar {1, 2, ... , 10} kümesi içinde , eger x=1 veya x=2 ise %20 olasılık,x=3 veya x=4,x=5 ise %30 olasılık, diger durumlarda %50 olasılık mesajı veren programı yazınız.

23

```
% Script M file (olasılık)
x = ceil(10*rand);
switch x
case {1,2}
disp('Olasılık = 20%');
case {3,4,5}
disp('Olasılık = 30%');
otherwise
disp('Olasılık = 50%');
end
```

Programda kullanılmı MATLAB fonksiyonlar

rand – uniform dagılımdan rastgele sayı üretir (0, 1)

ceil – round towards plus infinity infinity (see Section 2.5 for more details)

disp – string/sayısal bilgileri ekranda görüntüler

Yukarıdaki programı Command windowda çalıştıralım

```
for k = 1:10
```

```
olasılık
```

```
end
```

```
olasılık = 50%
```

```
Probability = 30%
```

```
Probability = 50%
```

```
Probability = 50%
```

```
Probability = 50%
```

```
Probability = 30%
```

```
Probability = 20%
```

```
Probability = 50%
```

```
Probability = 30%
```

```
Probability = 50%
```

Örnek:

```
a = [1 1 3 4 1]
```

```
a =
```

```
1 1 3 4 1
```

```
i = (a == 1)
```

```
i =
```

```
1 1 0 0 1
```

Degeri 1 olan elemanlar baska bir diziyeye atanabilir

```
b = a(i)
```

```
b =
```

```
1 1 1
```

24

Baska bir biçimde kullanılabilir

```
ind = find(a == 1)
```

```
ind =
```

```
1 2 5
```

```
b = a(ind)
```

```
b =
```

```
1 1 1
```

Örnek:

```
x = randn(1,7)
```

```
x =
```

```
-0.4326 -1.6656 0.1253 0.2877 -1.1465 1.1909 1.1892
```

```
ind = (x >= 1) | (x < -0.2)
```

```
ind =
```

```
1 1 0 0 1 1 1
```

```
y = x(ind)
```

```
y =
```

```
-0.4326 -1.6656 -1.1465 1.1909 1.1892
```

Dizide elemanların varlığını sorgulayan isempty fonksiyonu için örnek verelim,

```
isempty(y)
```

```
ans =
```

```
0
```

y dizisi bos olmadığı için 0 döner.

```
isempty([ ])
```

```
ans =
```

```
1
```

Bos dizi içinse 1 döner.

Örnek: Bir polinomun türev katsayılarını veren fonksiyonu yazalım,

```
function dp = derp(p)
```

```
% dp türev polinomu
```

```
% p verilen polinom
```

```
n = length(p) - 1;
```

```
p = p(:)'; % p yi satır haline getirir
```

```
dp = p(1:n).*(n:-1:1); % katsayıları hesapla
```

```
k = find(dp ~= 0);
```

```
if ~isempty(k)
```

```
25
```

```
dp = dp(k(1):end); % sıfırları sil
```

```
else
```

```
dp = 0;
```

```
end
```

p(x) = x<sup>3</sup> + 2x<sup>2</sup> + 4 polinomu için yukarıdaki fonksiyon kullanılırsa

```
dp = derp([1 2 0 4])
```

```
dp =
```

```
3 4 0
```

## **MATLAB Grafik**

Matlab birçok grafik fonksiyona sahiptir. \_ki ve üç boyutlu grafikler kolaylıkla çizilebilir.

$F(x) = x/(1+x^2)$  fonksiyonunu çizelim.

```
% Script file
```

```
% Fonksiyon  $y = x/(1+x^2)$ .
```

```
for n=1:2:5
```

```
n10 = 10*n;
```

```
x = linspace(-2,2,n10);
```

```
y = x./(1+x.^2);
```

```
plot(x,y,'r')
```

```
title(sprintf('Graph %g. Plot based upon n = %g points.' , (n+1)/2, n10))
```

```
axis([-2,2,-.8,.8])
```

```
xlabel('x')
```

```
ylabel('y')
```

```
grid
```

```
pause(3)
```

```
end
```

Yukarıdaki programı incelersek,

`linspace(a, b, n)` : [a,b] aralığını n noktaya bölerek yaratır

'r' : renk kodu (red)

`title` : grafik üzerine açıklayıcı bilgilerin yazılmasını sağlar.

`sprintf` : string ve sayısal bilgilerin birlikte oluşturulmasını sağlar.

26

%g : integer sayılar için format

`xlabel,ylabel` : Eksenlerin etiketlerini yazmak için

`axis` : Eksenleri düzenler

`pause` : grafik ekranı bekletmek için kullanılır

Aynı grafiği tek bir grafik ekranda çizebiliriz. Bu amaçla subplot kullanalım.

```
% Script file
```

```
%  $y = x/(1+x^2)$ 
```

```
k = 0;
```

```
for n=1:3:10
```

```
n10 = 10*n;
```

```
x = linspace(-2,2,n10);
```

```
y = x./(1+x.^2);
```

```
k = k+1;
```

```
subplot(2,2,k)
```

```
% 2x2 4 grafik çizilecek, k=grafigin indexi
```

```
plot(x,y,'r')
```

```
title(sprintf('Grafik %g. n = %g ' , k, n10))
```

```
xlabel('x')
```

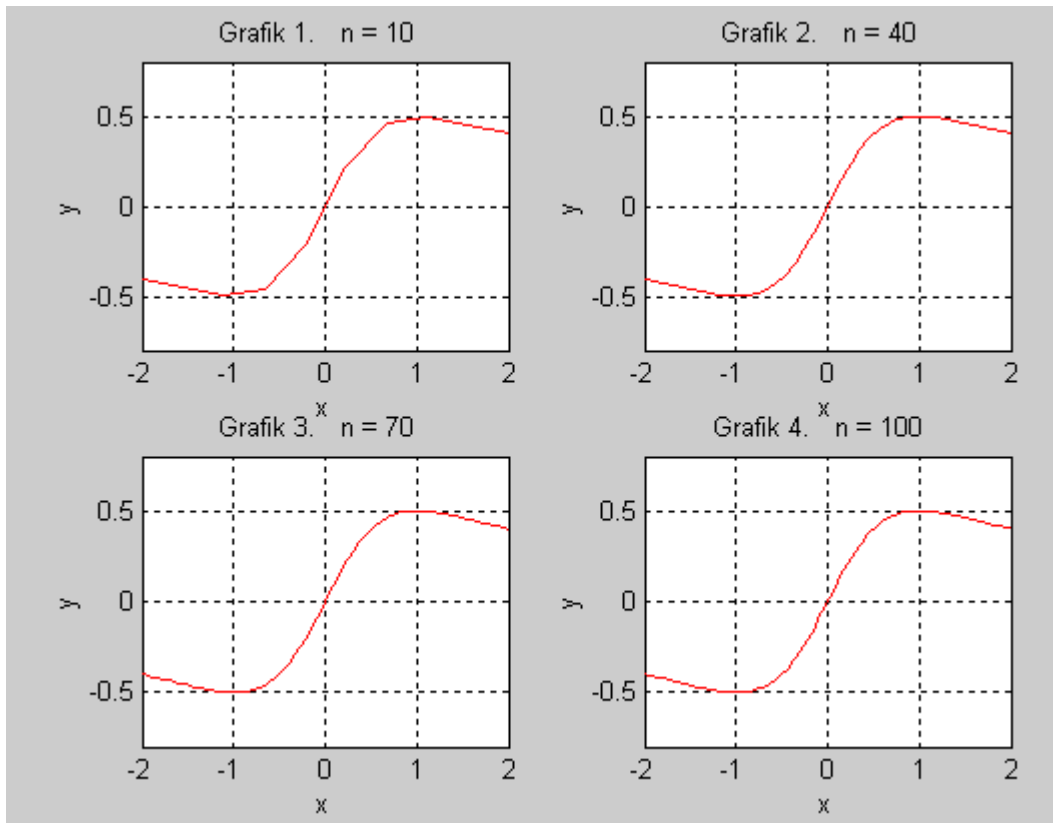
```
ylabel('y')
```

```
axis([-2,2,-.8,.8])
```

```
grid
```

```
pause(3);
```

```
end
```



Asagıdaki iki elipsi çizelim,

```
% Script file
```

```
%  $x(t) = 3 + 6\cos(t)$ ,  $y(t) = -2 + 9\sin(t)$ 
```

```
%  $x(t) = 7 + 2\cos(t)$ ,  $y(t) = 8 + 6\sin(t)$ .
```

```
t = 0:pi/100:2*pi;
```

```
x1 = 3 + 6*cos(t);
```

```
y1 = -2 + 9*sin(t);
```

```
x2 = 7 + 2*cos(t);
```

```
y2 = 8 + 6*sin(t);
```

```
h1 = plot(x1,y1,'r',x2,y2,'b');
```

```
set(h1,'LineWidth',1.25)
```

```
axis('square')
```

```
xlabel('x')
```

```
h = get(gca,'xlabel');
```

```
set(h,'FontSize',12)
```

```
set(gca,'XTick',-4:10)
```

```
ylabel('y')
```

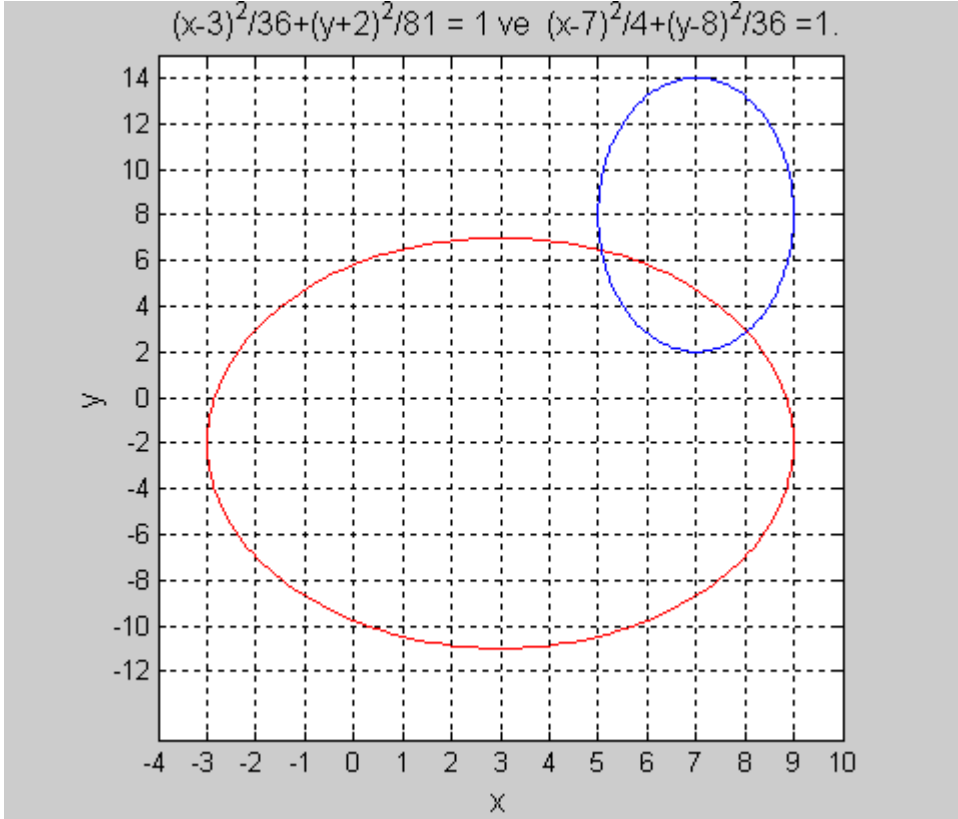
```
h = get(gca,'ylabel');
```

```
set(h,'FontSize',12)
```

```

set(gca,'YTick',-12:2:14)
title(' (x-3)^2/36+(y+2)^2/81 = 1 ve (x-7)^2/4+(y-8)^2/36 =1. ')
h = get(gca,'Title');
set(h,'FontSize',12)
grid

```



Grafik çiziminde kullanılacak renk kodları aşağıdadır,

y yellow

m magenta

c cyan

r red

g green

b blue

w white

k black

Çizilen grafiklerin içleri doldurulabilir

Bir örnekle görelim,

```
n = -6:6;
```

```
x = sin(n*pi/6);
```

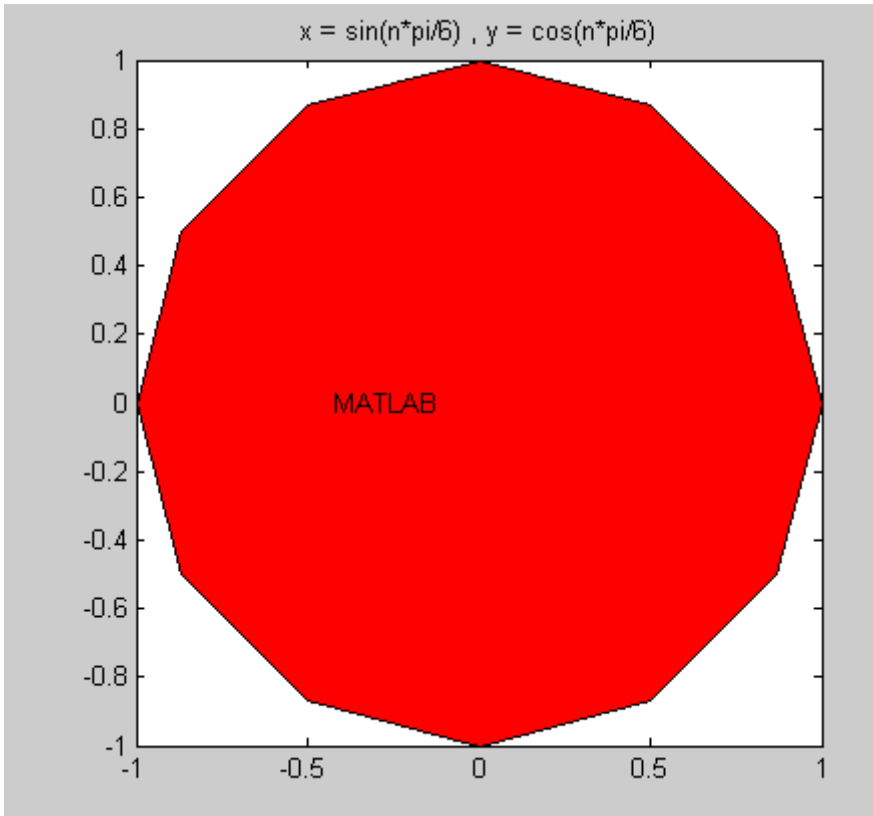
```
y = cos(n*pi/6);
```

```
fill(x, y, 'r')
```

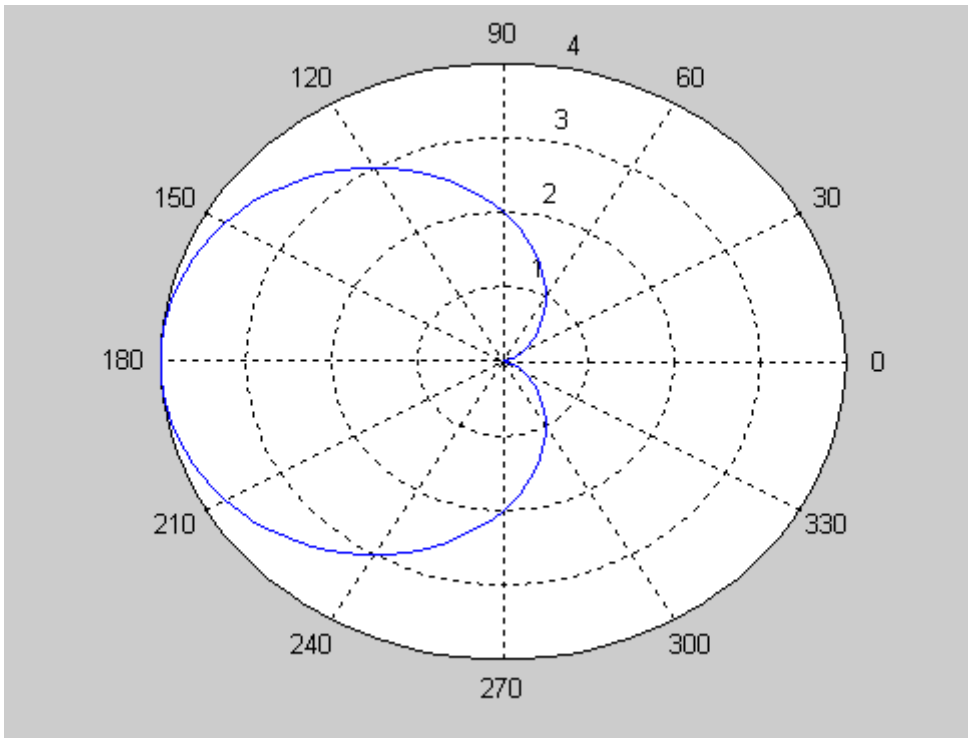
```
axis('square')
```

```
title(' x = sin(n*pi/6) , y = cos(n*pi/6) ')
```

```
text(-0.45,0,' MATLAB')
```



Polar koordinatlarda çizim için bir örnek verelim,  
`theta=0:pi/60:2*pi;r=2*(1-cos(theta));polar(theta,r);axis square`



### Contour' ların çizimi

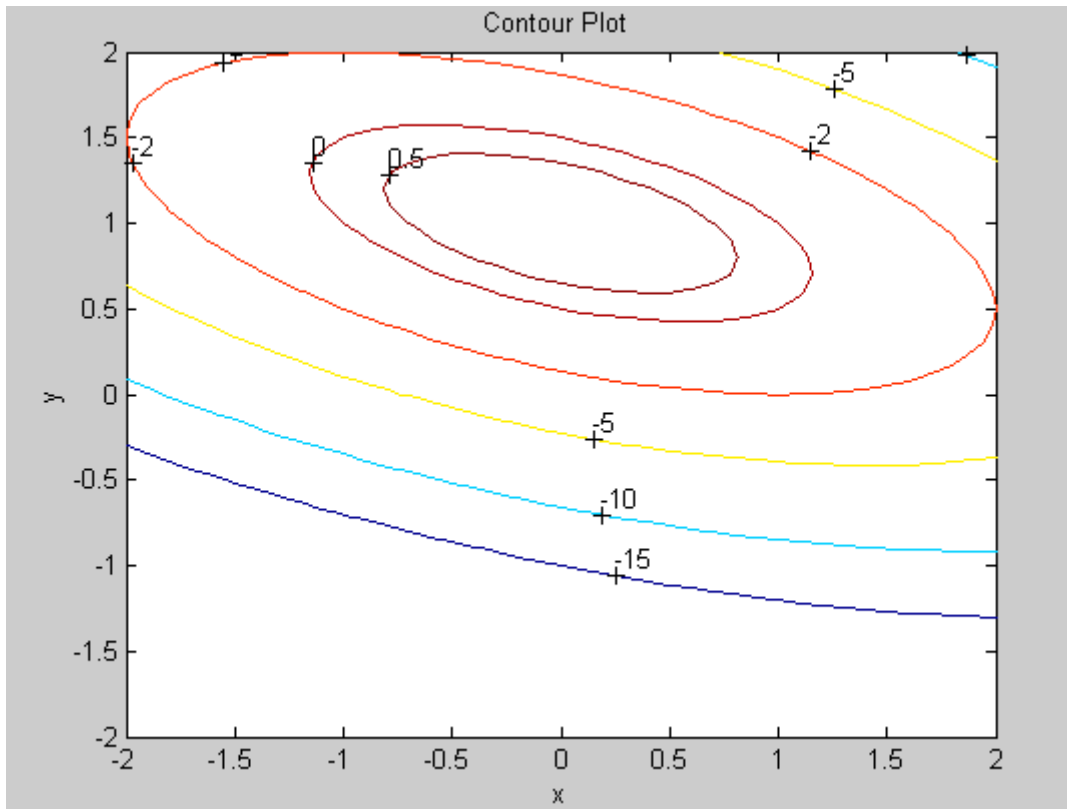
Contour' ların çizimi sık karşılaşılan bir problemdir. Örnek olarak,  
 $f(x,y) = 2 - [(x-1)^2 + 4(y-1)^2 + 2xy]$  fonksiyonunu alalım,

```
function m=pr(x,y)
m=zeros(0,length(x))
for k=length(y):-1:1
m=[m;2-((x-1).^2+4*(y(k)-1)^2+2*x*y(k))]
end
x=-2:.1:2;
```

```

y=x;
m=pr(x,y);
cs=contour(x,y,flipud(m),[-15 -10 -5 -2 0 .5]);
clabel(cs)
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Contour Plot ')

```

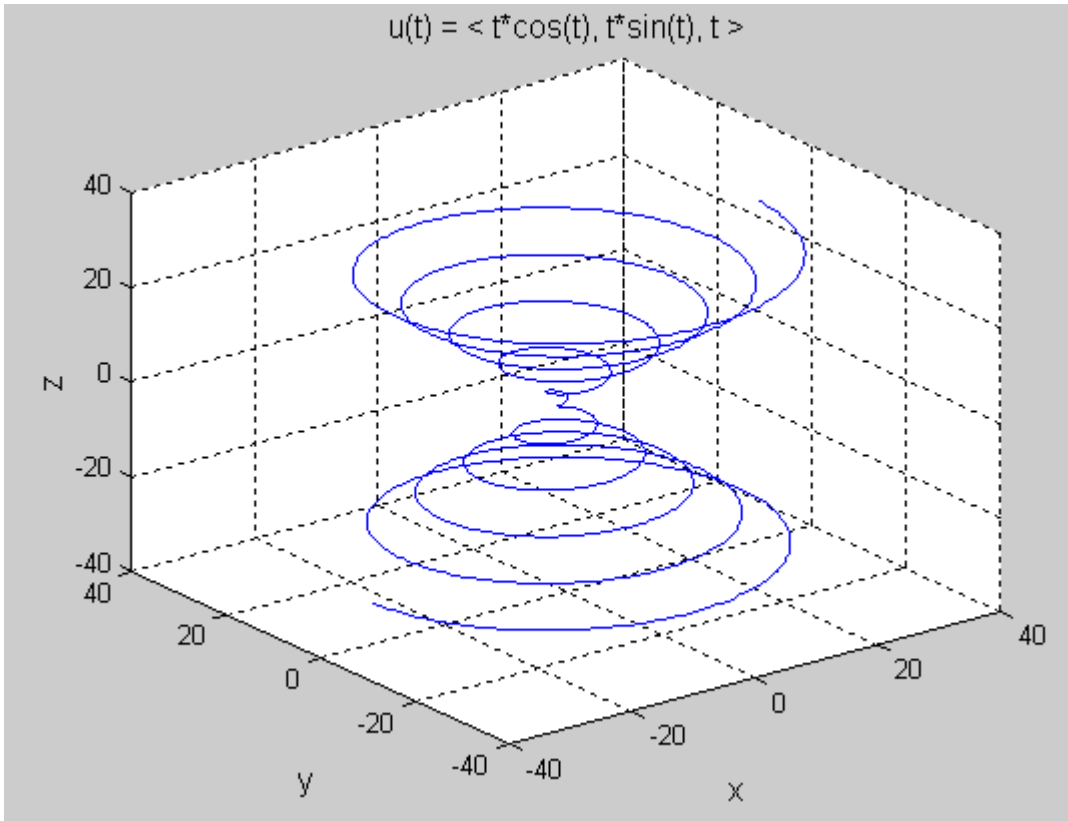


### 3 Boyutlu grafikler

```

plot3 fonksiyonu kullanarak
% Script file
% Curve r(t) = < t*cos(t), t*sin(t), t >.
t = -10*pi:pi/100:10*pi;
x = t.*cos(t);
y = t.*sin(t);
h = plot3(x,y,t);
set(h,'LineWidth',1.25)
title(' u(t) = < t*cos(t), t*sin(t), t >')
h = get(gca,'Title');
set(h,'FontSize',12)
xlabel('x')
h = get(gca,'xlabel');
set(h,'FontSize',12)
ylabel('y')
h = get(gca,'ylabel');
set(h,'FontSize',12)
zlabel('z')
h = get(gca,'zlabel');
set(h,'FontSize',12)
grid

```



mesgrid fonksiyonu kullanılarak 3 boyutlu koordinatlar yaratılabilir.

```
x = [0 1 2];
```

```
y = [10 12 14];
```

```
[xi, yi] = meshgrid(x,y)
```

```
xi =
```

```
0 1 2
```

```
0 1 2
```

```
0 1 2
```

```
yi =
```

```
10 10 10
```

```
12 12 12
```

```
14 14 14
```

örnek:

```
x = -1:0.05:1;
```

```
y = x;
```

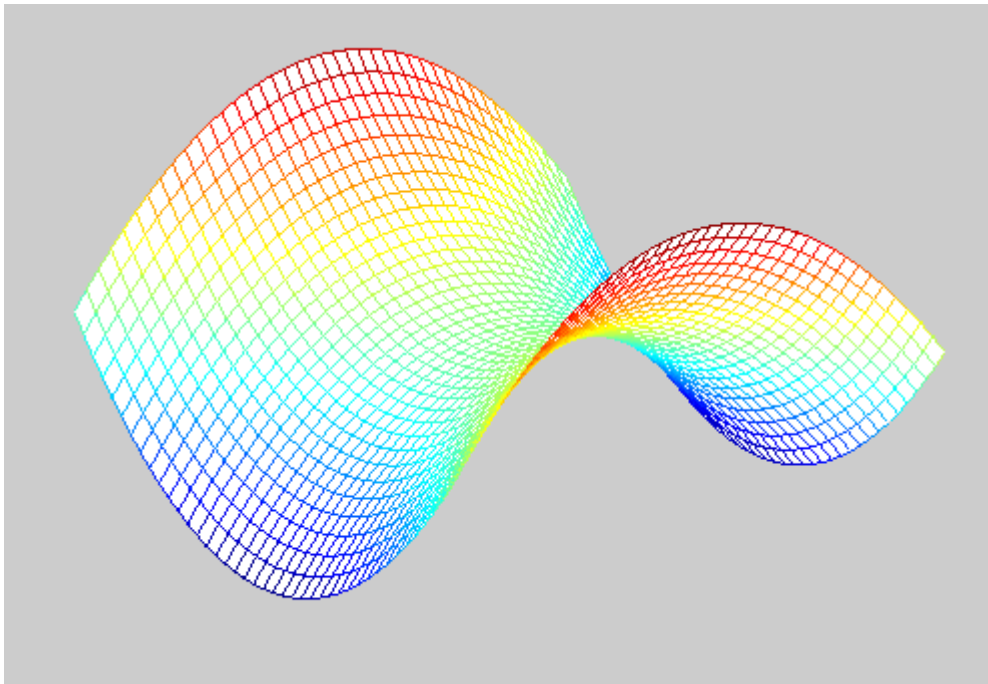
```
[xi, yi] = meshgrid(x,y);
```

```
zi = yi.^2 - xi.^2;
```

```
mesh(xi, yi, zi)
```

```
axis off
```

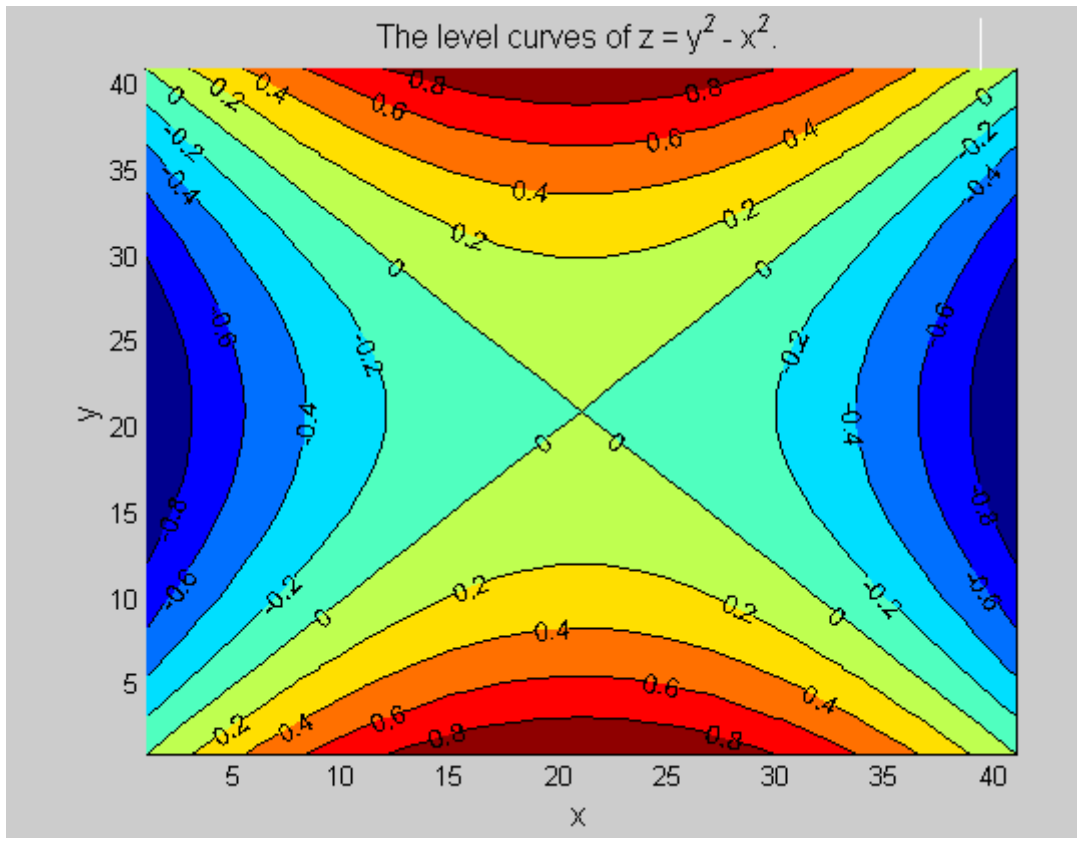
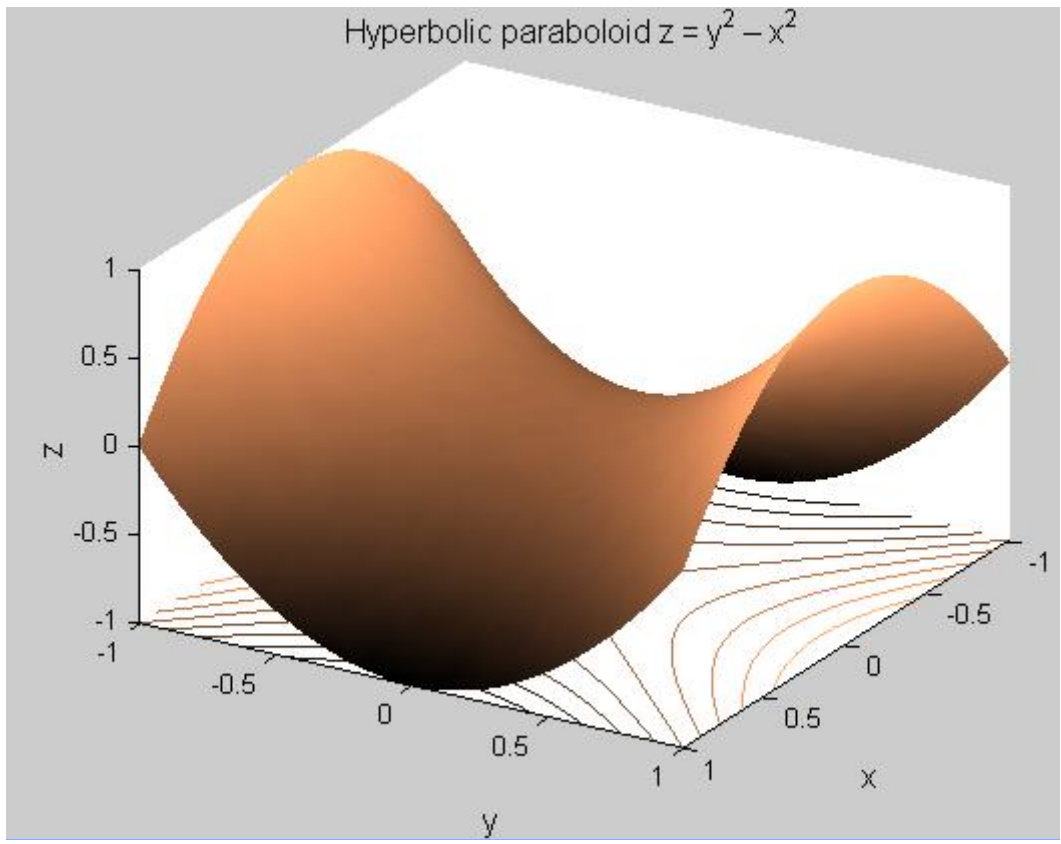




örnek:

```
% Script file
% = y^2 - x^2
x = -1:.05:1;
y = x;
33
[xi,yi] = meshgrid(x,y);
zi = yi.^2 - xi.^2;
surfc(xi,yi,zi)
colormap copper
shading interp
view([25,15,20])
grid off
title('Hyperbolic paraboloid z = y^2 - x^2')
h = get(gca,'Title');
set(h,'FontSize',12)
xlabel('x')
h = get(gca,'xlabel');
set(h,'FontSize',12)
ylabel('y')
h = get(gca,'ylabel');
set(h,'FontSize',12)
zlabel('z')
h = get(gca,'zlabel');
set(h,'FontSize',12)
pause(5)
figure
contourf(zi), hold on, shading flat
[c,h] = contour(zi,'k-'); clabel(c,h)
title('The level curves of z = y^2 - x^2.')
h = get(gca,'Title');
set(h,'FontSize',12)
xlabel('x')
h = get(gca,'xlabel');
```

```
set(h,'FontSize',12)
ylabel('y')
h = get(gca,'ylabel');
set(h,'FontSize',12)
```

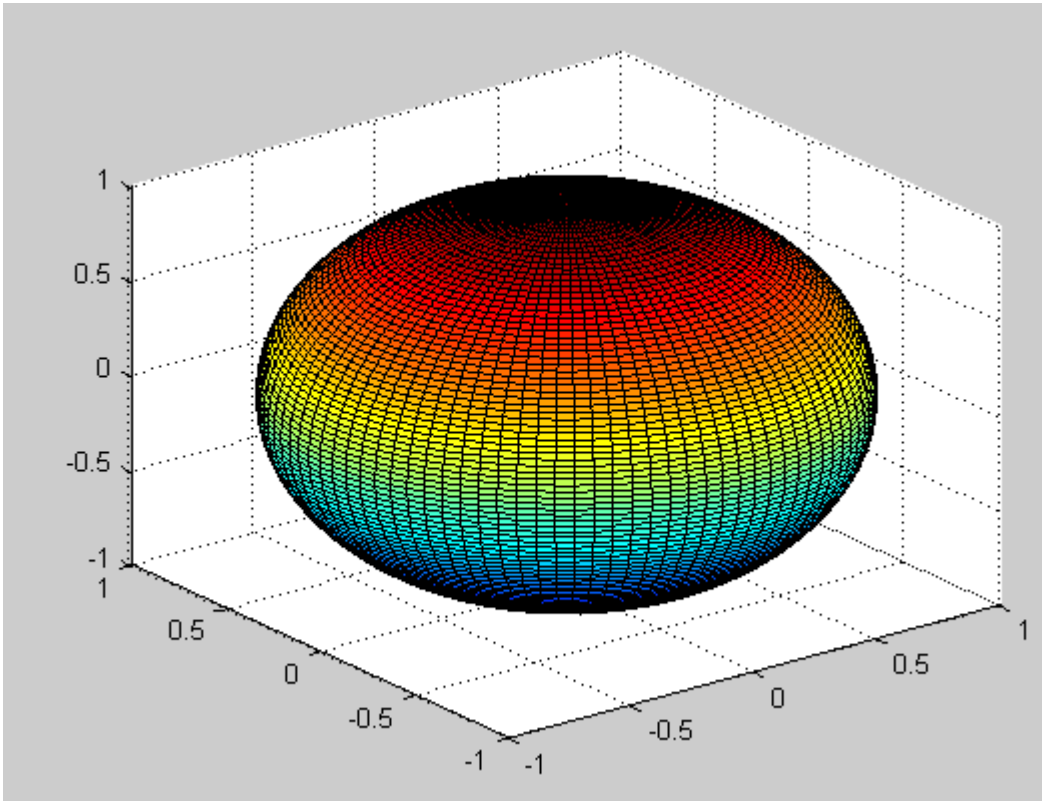


Bazı özel şekiller için hazır fonksiyonlar vardır,

Küre:

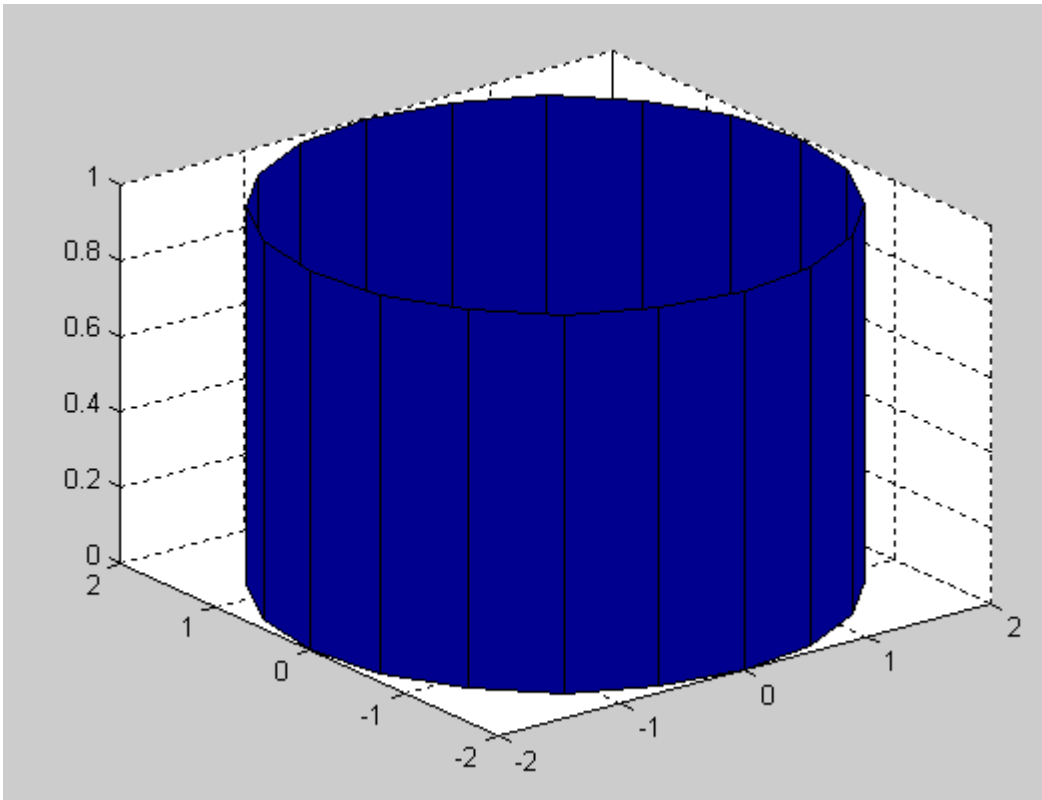
35

```
[x,y,z]=sphere(100) % 100 noktayla çiz  
surf(x,y,z)
```



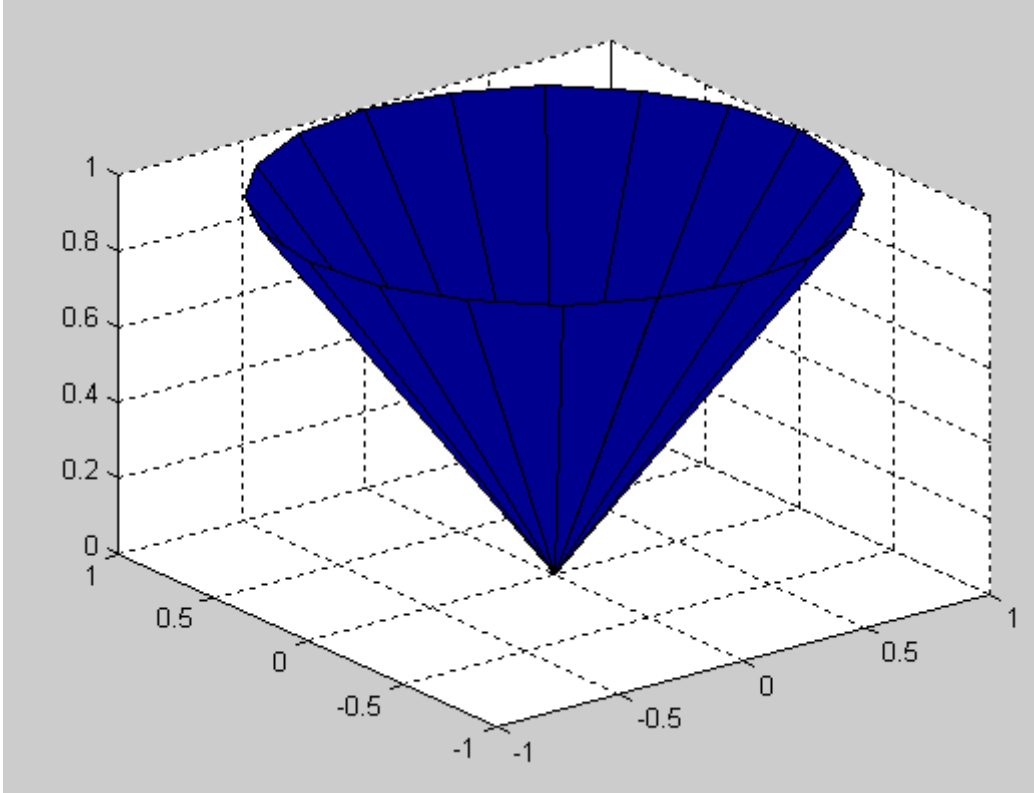
silindir:

```
[x,y,z]=cylinder(2) % r=2  
surf(x,y,z)
```



koni:

```
[x,y,z] = cylinder([0 1])  
surf(x,y,z)
```



## 2 MATRİSLER

Matris elemanları alelade rakamlardan ibaret olabileceği gibi MATLAB deyimlerinden ibaret de olabilir. Örneğin

```
x=[-1.3 sqrt(3) (1+2+3)*4/5]
```

bildirimi

```
x= -1.3000  1.7321  4.8000
```

sonucunu doğurur.

Bireysel matris elemanları parantez "(.)" içindeki indislerle ilişkilendirirler.

Yukarıdaki örneğe devam edecek olursak

```
x(5)=abs(x(1))
```

bildirimi

```
x= -1.3000  1.7321  4.800  0.0000  1.3000
```

sonuçlandırır. Burada x, 5 elemanlı olarak tanımlandığından ilk örnekten atanan 3 elemanı, ilk üç eleman olarak yerine yerleştirmiş 4. elemanı otomatik olarak sıfır aldıktan sonra 5. elemanı x2in 1. elemanının mutlak değerini alarak yerleştirmiştir.

C=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]

```
1  2  3
4  5  6
7  8  9
```

Küçük matrisleri eleman olarak kullanıp daha büyük matrisler oluşturmak mümkündür. Örneğin yukarıda verilen C matrisine aşağıda gösterildiği bir satır ekleyebiliriz.

C=[C; [10 11 12]]

Bu durumda

C=  
1 2 3  
4 5 6  
7 8 9  
10 11 12

olarak sonuçlanır. ":" işareti kullanmak sureti ile büyük bir matristen daha küçük bir matris oluşturulabilir. Örneğin

C=C(1:3, :)

Bildirimi ile yukarıda en son oluşturulan C matrisinin ilk 3 satırı ve tüm sütunları alınarak sol taraftaki C ye atanır ve böylece ilk orijinal C matrisi elde edilmiş olunur.

Verilerin değerlendirilmesinde sütun işlemcisi ":" çok kullanışlıdır. Örneğin

x=C(:,1)  
y=C(:,2)

bildirimleri ile C adı altında matris biçiminde tanımlanan verilerin 1. sütun x değişkenine ve 2. sütunu da y değişkenine atanmış olur.

Benzer şekilde;

x=C(1,:)

data matrisindeki verilerin 1. satırını x değişkenine atar.

X=C(:,2:3)

C matrisindeki verilerin 2. ve 3. sütunlarını x değişkenine atar.

X=C(1:3,:)

C matrisindeki verilerin 1,2 ve 3 üncü satırlarını x değişkenine atar.

Bu şekilde mevcut bir veri tablosundan çok değişik matrisler oluşturmak mümkündür.

MATLAB'ta kullanıcı, verileri kendi matrisleri ile tanımlayabileceği gibi MATLAB'ın kendi özel matrislerinden de faydalanabilir. Bunların belli başlıları; ones, eye, zeros, magic, rand, randn şeklindedir.

Ones(n) :Tüm elemanları 1 olan nxn elemanlı kare matris oluşturur.

Ones(1,n):Tüm elemanları 1 olan n elemanlı bir satır matrisi oluşturur.

Ones(n,1):Tüm elemanları 1 olan n elemanlı bir sütun matris oluşturur.

triu(a) üst üçgen matris

tril(a) alt üçgen matris

Benzer şekilde eye ile köşegen elemanları 1 olan birim matris, zeros ile tüm elemanları sıfır olan matris, rand, randn ile elemanları rasgele sayılardan oluşan bir matris oluşturulabilir. help olanakları ile daha ayrıntılı bilgiler elde edilebilir.

"eye" fonksiyonu ile nxn boyutunda identity( birim) matrisi oluşturulabilir.

```
» e=eye(3)
```

```
e =
```

```
1 0 0
```

```
0 1 0
```

```
0 0 1
```

Matlab, *size* ve *length* komutları yardımı ile size matrisinizin boyutlarını söyler.

```
» a=[ 2 3 4 5 6
```

```
7 8 9 10 11];
```

```
» s=size(a)
```

```
s =
```

```
2 5
```

»  $b=[17\ 11\ 0\ 30\ 40\ 50];$

»  $k=length(b)$

$k =$

6

Rand(3) ,3x3 tipinde 0-1 arasında sayılardan oluşan random matris üretir  
Randint(3,2,[1,10]) , 3\*2 tipinde 1-10 arasında sayılardan oluşan bir random matris üretir

### 3 MATLAB'TA KULLANILAN SABİTLER

MATLAB programlarında kullanılabilen skalar değerler aşağıda tanımlanmıştır. Bu değişkenlerin içerikleri MATLAB komut satırında yazılıp, enter'a basılarak görüntülenebilir.

$pi(\pi)$

$\pi$  değeri pi adı altında otomatik olarak saklanmıştır. Programlar içinde kullanılan pi kelimesi doğrudan  $\pi$  değerine karşılık gelir.

$i,j(\sqrt{-1})$

i, j harfleri doğrudan  $\sqrt{-1}$  değerine ayarlanmıştır.

Inf ( $\infty$ )

Bu kelime MATLAB'ta sonsuz değeri için atanmış bir değişkendir ve sifıra bölme işlemlerinde ortaya çıkar. Eğer sifıra bölme işlemi görüntülenmek istenirse bir uyarı mesajı alınır ve sonuç  $\infty$  işareti şeklinde görüntülenir veya basılır.

NaN

Bu değer Not-a-Number (rakam değil) anlamına gelir ve sifır bölü sifır bölümünde olduğu gibi tanımlanmamış deyimlerde ortaya çıkar.

eps

Bu değer fonksiyon, kullanılmakta olan bilgisayar için floatingpoint (virgüllü sayılar) tamlığını içerir. Bu epsilon tamlığı 1.0 ve bunu izleyen enbüyük decimal (onlu sayılar) arasındaki farktır.

ans

Bu değişken bir deyim tarafından hesaplanan fakat bir değişken ismi altında saklanmayan değerleri saklamak için kullanılır.

## 4 MATLAB'TA ELEMAN ELEMANA HESAPLAMA İŞLEMLERİ

Eleman elemana hesaplama işlemi eleman eleman icra edilir. Örneğin A ve B'nin 5'er elemanlı birer satır vektörü olduğunu varsayalım. Bu değerler ile yeni bir C satır vektörü oluşturmanın bir yolu, aşağıda gösterildiği gibi A ve B deki karşılık gelen değerlerin çarpımlarını almaktır.

$$\begin{aligned}C(1) &= A(1) * B(1); \\C(2) &= A(2) * B(2); \\C(3) &= A(3) * B(3); \\C(4) &= A(4) * B(4); \\C(5) &= A(5) * B(5); \end{aligned}$$

Bu komutlar esasında skalar komutlardır. Çünkü her bir komut tek bir skalar değeri diğer bir tek skalar değer ile çarpılarak çarpımı üçüncü bir değer olarak saklamaktadır. MATLAB'da aynı boyutlu iki matris arasında eleman eleman çarpma işleminin icrası aşağıdaki bildirimde gösterildiği gibi, "\*" işlemcisi ile çok daha kısa yoldan yerine getirilir.

$$C = A.*B$$

Toplama ve çıkarma işleminde eleman elemana hesaplama ve matris işlemleri aynıdır. Dolayısıyla bunlarda farklı işlemci kullanmaya gerek yoktur. Buna karşılık eleman eleman işlemlerinde çarpma, bölme ve üst alma, matris işlemlerindeki çarpma, bölme ve üst alma işlemlerinden farklılık gösterir. Burada en önemli fark çarpma, bölme ve üst alma işlemcileri önünde nokta, "." işareti gelmesidir.

Eleman elemana hesaplama işlemleri yalnızca aynı boyutlu iki matris arasında uygulanmayıp aynı zamanda skalar ve skalar olmayan değerler arasında da uygulanır. Bununla beraber bir matrisin bir skalar ile çarpımı ve bölümünde işlemciler noktalı ve noktasız olarak kullanılabilir. Buna göre skalar olmayan bir A matrisi için aşağıda verilen bildirim takımları birbirine denktir.

$$\begin{aligned}B &= 3*A; \text{ veya } B = 3.*A; \\C &= A/5; \text{ veya } C = A./5; \end{aligned}$$

Sonuç matrisler B ve C her iki durumda da A ile aynı boyutta bir matris olur.

**Eleman elemana çarpım:** Vektörlerde kullanılan eleman elemana çarpma işlemini göstermek üzere aşağıda verilen iki satır vektörünü ele alalım.

$$\begin{aligned}A &= [2 \ 5 \ 6]; \quad B = [2 \ 3 \ 5]; \\C &= A.*B \end{aligned}$$



şeklinde verilen bir komut

$$C=[4 \ 15 \ 30]$$

eleman elemana çarpma sonucunu verecektir.

**Eleman elemana bölme:** MATLAB ileri veya sağdan bölme, ./ ve geri veya soldan bölme, .\ olmak üzere iki bölme işlemcisi kullanır. Sağdan eleman elemana bölme komutu

$$C=A./B$$

biçiminde olup bu da

$$C=[1 \ 1.667 \ 1.2]$$

A'nın her bir elemanın B tarafından bölümünü sonuçlandırır. Buna karşılık geri ve soldan bölme (ters bölme) işlemi

$$C=A.\B$$

komutu ile gerçekleşir ki bu B'nin A tarafından bölümünü sonuçlandırır.

$$C=[1 \ 0.6 \ 0.833]$$

**Eleman elemana üst alma:** Bu işlemde eleman elemana üst alınır. Yukarıda tanımlanan A ve B vektörlerini ele alacak olursak;

$$C=A.^2;$$

$$D=A.^B;$$

komutları yolu ile C ve D vektörleri elde edilir.

$$C=[4 \ 25 \ 36];$$

$$D=[4 \ 125 \ 7776];$$

Aynı zamanda bir skalar tabanın vektör üssünü almak mümkündür. Örneğin

$$C=3.0.^A;$$

bildirimi

$$C=[9 \ 243 \ 729];$$

Sonucunu doğuracaktır. Bu vektör aynı zamanda aşağıdaki bildirimle de hesaplanabilir.

$$C=3.^A;$$

Burada MATLAB nokta işaretini "." 3 sabitinin bir parçası sayacak ve ona göre işlem yapacaktır. Bu da matris işlemine karşılık aşağıda geleceğinden kastedilene göre yanlış olacaktır. Buna karşılık aşağıda gösterildiği gibi nokta ile sabit arasında bir boşluk konacak olursa yine doğru sonuç alınır.

$$C=3 .^A;$$

Bu örnekler eleman elemana hesaplama işlemi yapılırken çok dikkatli olunması gerektiğini göstermektedir. Yazılan ifadenin doğruluğundan tam olarak emin olunmadığı durumlarda basit örneklerle bazı testler yapılması yerinde olacaktır. Bunu aşağıdaki örneklerle gösterebiliriz.

Bundan önceki örneklerde eleman elemana hesaplama işlemlerinde, vektörler kullanılmıştır. Aşağıdaki örneklerde görüldüğü gibi eleman elemana hesaplama işlemlerinde matrisleri de kullanmak mümkündür.

```
d=[1:5; -1:-1;-5]
z=ones(d);
s=d-z;
P=d.*s;
Sq=d.^3;
```

Hesaplama sonuçları aşağıda gösterildiği gibidir.

```
D=
 1  2  3  4  5
-1 -2 -3 -4 -5
```

```
Z=
 1  1  1  1  1
 1  1  1  1  1
```

```
S=
 0  1  2  3  4
-2 -3 -4 -5 -6
```

```
Sq=
 1  8  27  64  125
-1 -8 -27 -64 -125
```

Transpose işlemi;

»  $c=b'$

```
c =
     7  10
     8  11
     9  12
```

Verilen bir x matrisi için:

»  $x=[ 2 -1; 5 8]$

```
x =
     2    -1
```

$$5 \quad 8$$

Determinant:

$$\gg \text{deter} = \det(x)$$

$$\text{deter} =$$

$$21$$

Inverse işlemi:

$$\gg y = \text{inv}(x)$$

$$y =$$

$$8/21 \quad 1/21$$

$$-5/21 \quad 2/21$$

Bir z matrisi için:

$$\gg z = [1 \ 2; -2 \ 4]$$

$$z =$$

$$1 \quad 2$$

$$-2 \quad 4$$

Bölme işlemi aynı inverse işlemi yapıp çarpma işlemi gibi sonuç verir.

$$\gg \text{res} = z/x$$

$$\text{res} =$$

$$-2/21 \quad 5/21$$

$$-12/7 \quad 2/7$$

$$\gg \text{res} = z * \text{inv}(x)$$

$$\text{res} =$$

$$-2/21 \quad 5/21$$

$$-12/7 \quad 2/7$$

Eleman elemana bölme işlemi:

$$\gg \text{res} = z./x$$

$$\text{res} =$$

$$1/2 \quad -2$$

## 4.1 DENKLEM TAKIMLARININ ÇÖZÜMLERİ

### GİRİŞ

Mühendislik problemlerinde doğrusal ve doğrusal olmayan çeşitli denklem ve denklem takımları ile karşılaşılır. Herhangi bir denklem en basitinden bir doğru veya bir eğriyi tanımlar. n. Dereceden tek değişkenli bir polinom biçimindeki bir denklemde, denklemin köklerini bulmak esastır. Birden fazla değişkeni bulunan denklem takımlarında ise denklemleri teşkil eden bilinmeyenlerin çözümü sağlanır.

Doğrusal denklemlerin çözümü doğrusal olmayan denklemlere göre daha kolaydır.

MATLAB'ta doğrusal denklemlerin çözümü matris işlemleri yolu ile çok basit şekilde çözülebilir. Polinom biçiminde doğrusal bir denklemin kökleri roots fonksiyonu yolu ile çözülebilir. Doğrusal denklem takımları ise sağ veya sol matris bölme işlemleri ve inv (matrisin tersini alma) fonksiyonu yardımı ile çözülür.

Doğrusal olmayan denklemlerin çözümünde; MATLAB içinde yer alan fmin, fmins, fplot, fzero fonksiyon fonksiyonları kullanılabilir. Doğrusal olmayan denklem takımlarının çeşitli sınır şartları altında çözümünde kullanılan çok değişik fonksiyonlar mevcuttur. Bunlar içinde en kullanışlısı fsolve fonksiyonudur.

## 4.2 DOĞRUSAL DENKLEM ÇÖZÜMLERİ

Tek değişkenli bir doğrusal sistemin denklemleri, n. dereceden bir polinom biçiminde;

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

tanımlanır. Burada  $f(x)=0$  biçiminde denklemin köklerini bulmak için MATLAB içinde yer

alan roots fonksiyonu veya fzero fonksiyon fonksiyonu kullanılabilir. Fzero fonksiyon fonksiyonu daha çok doğrusal olmayan denklemlerin çözümünde kullanılır. Roots fonksiyonunun kullanılışı, aşağıda verildiği gibi çok basittir.

$$\text{roots}([a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0])$$

Burada roots fonksiyonu için giriş argümanlarını,  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$  biçiminde polinomun en yüksek dereceden başlayarak azalan kuvvetlerinin

katsayıları olarak tanımlamak yeterlidir. Sonuçta çıkış olarak denklemin kökleri bulunur.

**Örnek :**Aşağıda verilen 8. dereceden polinomun köklerini bulunuz.

$$f(x)=3x^8+4x^7-9x^6+13x^5-x^4+1.5x^3-10.5x^2+15x-5$$

**Çözüm:**

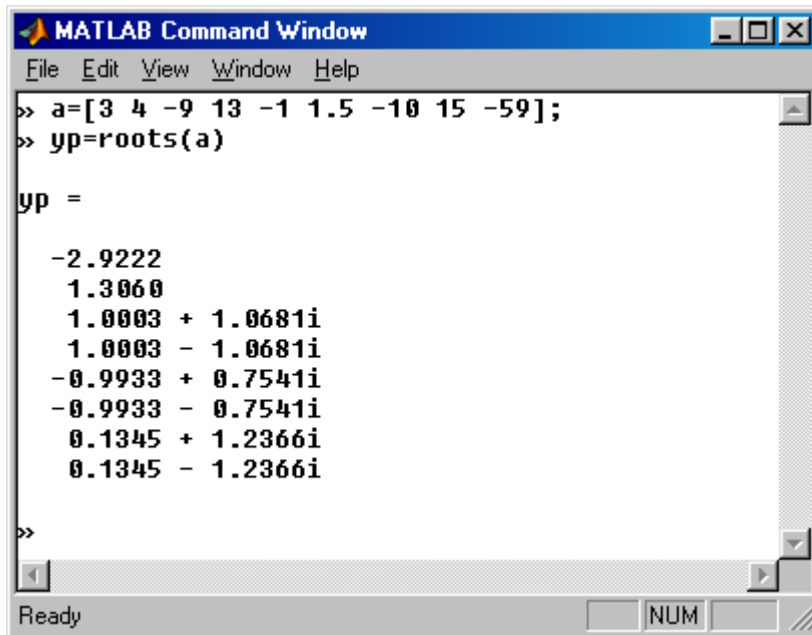
```
>> a=[3 4 -9 13 -1 1.5 -10.5 15 -5];  
>>yp=roots(a)
```

veya

```
yp=roots( [3 4 -9 13 -1 1.5 -10.5 15 -59] )
```

bildirimi ile sonuç şu şekilde elde edilir.

```
X1= - 2.9170  
X2= - 0.7475 + 0.7096i  
X3= - 0.7475 - 0.7096i  
X4= 0.6024 + 1.0396i  
X5= 0.6024 - 1.0396i  
X6= 0.7060 + 0.5552i  
X7= 0.7060 - 0.5552i  
X8= 0.4618
```



**Resim 5:** Örneğin MATLAB ortamındaki çözümü ve çıktısı



$$A^{-1}.AX=A^{-1}B$$

elde edilir. Burada  $A^{-1}A$ ,  $I$  olarak tanımlanan birim matrise denktir. Buna göre

$$IX=A^{-1}B$$

veya

$$X=A^{-1}B$$

elde edilir.

MATLAB ortamında bu çözüm;

$$X=\text{inv}(A)*B$$

komutu ile elde edilebilir. Diğer taraftan  $B$ 'nin sütun matrisi olarak tanımlandığı,  $XA=B$  biçiminde ifade edilen denklem takımının çözümü için, her iki taraf  $A^{-1}$  ile çarpılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$X=BA^{-1}$$

elde edilir.MATLAB ortamında

$$X=B * \text{inv}(A)$$

bildirimi ile gerekli çözüm elde edilmiş olur.

**Örnek :** Aşağıda verilen denklem takımının çözümünü elde ediniz.

$$\begin{bmatrix} x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 & = & 2 \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 - 2x_4 & = & 16 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 & = & 1 \\ 3x_1 - 10x_2 - 2x_3 + 5x_4 & = & -15 \end{bmatrix}$$

**Çözüm :** Çözüm ilk önce soldan ve sağdan matris bölme işlemlerine göre ele alınacak ve daha sonra da ters matris işlemine göre çözülecektir.  $AX=B$  biçiminde matris denklemi verildiğinde çözüm soldan bölme işlemine göre aşağıdaki bildirimlerle yerine getirilebilir.

```
a=[ 1 4 -1 1; 2 7 1 -2; 1 4 -1 2; 3 -10 -2 5 ]
b=[ 2 16 1 -15 ]
>> x=a\b;
```

biçiminde tanımlandıktan sonra

$x=\text{inv}(a)*b$ ; ya da  $x=a\b$

bildirimi ile çözüm elde edilir. Yukarıda verilen bildirimler yolu ile  $x$  çözümü için

x= 2.0000      1.0000      3.0000      -1.0000

şeklinde elde edilmiş olur. Burada  $x_1= 2$ ,  $x_2=1$ ,  $x_3=3$   $x_4=-1$  'dir.

## 6. GRAFİK İŞLEMLERİ

MATLAB grafik çizme konusunda geniş yetenekler sahip bir programdır. Bu bölümde anlatılacaklar basit çizimler içindir. En basit çizim iki değişkeni olan çizimlerdir. Bunlar için kullanılacak komut plot komutudur. Kullanımı aşağıdaki şekildedir.

plot(x,y)

Bu komut x değişkenini ye değişkenine karşı gösteren bir grafik oluşturur. Eğer x ve ye matris şeklinde veriler ise bu durumda plot komutunun yapacağı iş önce ilk kolonları karşılaştırmalı çizmek ve sonar bu durumu her bir kolon için tekrar etmektir.

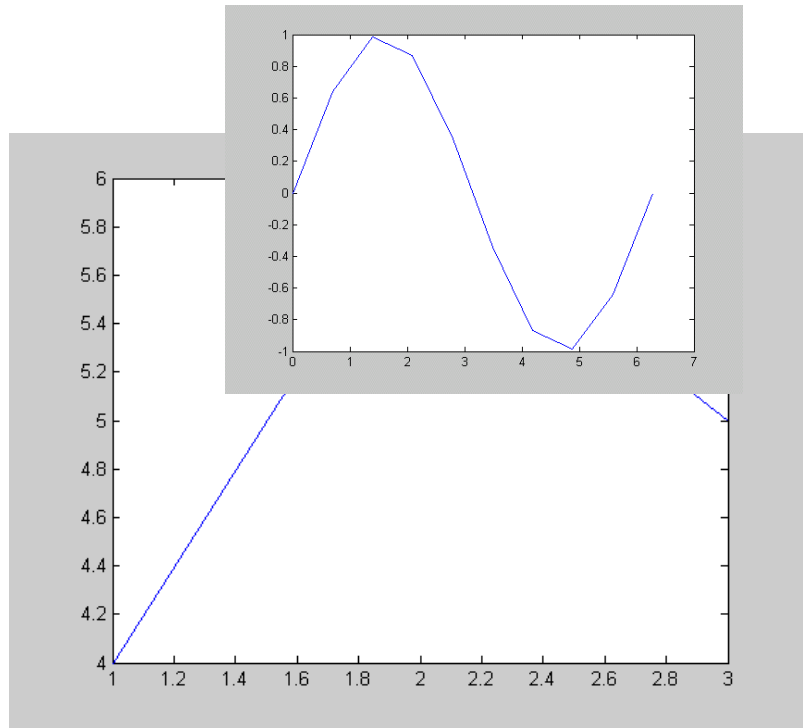
### Örnek :

```
» x=linspace(0,2*pi,10);  
» y=sin(x);  
» plot(x,y)
```

BU kodun yaptığı iş, 0-2 $\pi$  aralığını 10 eşit parçada sinüs grafiği ile birleştirmektir.

### Örnek :

```
>> X = [1 2 3];  
>> Y = [4 6 5];
```





>>plot(X, Y)

Ayrıca plot komutuna ekleyeceğimiz birkaç bilgi ile ne tür bir çizgi şekli ile çizeceğini ya da ne renk ile göstereceğini de ayarlayabiliriz. Bu tür bilgileri aşağıdaki tabloda bulabilirsiniz.

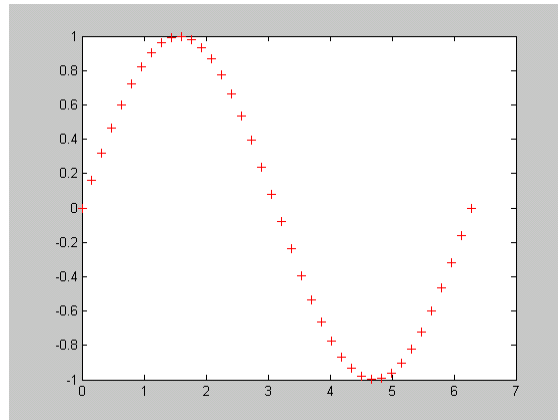
| Renk    | Sembol | Çizgi Stili   | Sembol     |
|---------|--------|---------------|------------|
| Yellow  | y      | Point         | .          |
| Magenta | m      | Circle        | o          |
| Cyan    | c      | X-mark        | x          |
| Red     | r      | Plus          | +          |
| Green   | g      | Star          | *          |
| Blue    | b      | Solid line    | -          |
| White   | w      | Dotted line   | :          |
| Black   | k      | Dash-dot line | -.<br>line |
|         |        | Dashed line   | --<br>line |

Genel hali:

`plot(x,y,'linetype')`

şeklindedir. Örneğin;

» `plot(x,y,'r+')`



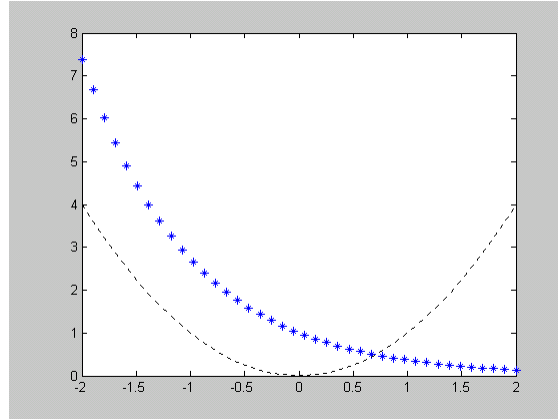
Eğer birden fazla grafik şeklini aynı kutuda görmek istiyorsak;

`plot(x1, y1, 'linetype1', x2, y2, 'linetype2', ...)`

yapısını kullanabiliriz.

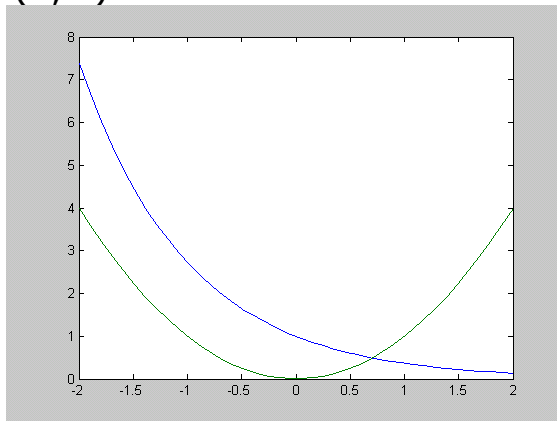
**Örnek:**  $-2 \leq x \leq 2$  aralığında  $e^{-x}$  ve  $x^2$  fonksiyonları için;

```
» x=linspace(-2,2,40);  
» y=exp(-x);  
» z=x.*x;  
» plot(x,y,'b*',x,z,'k:')
```



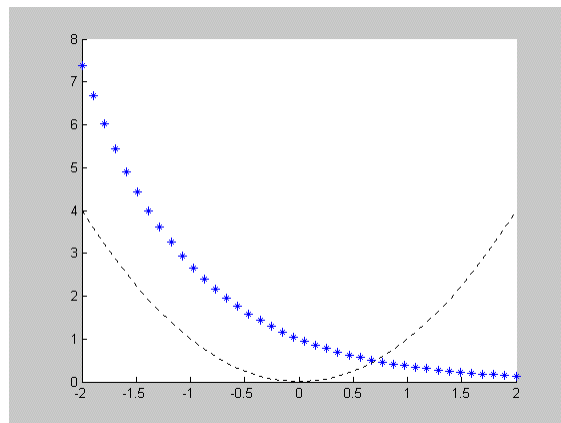
Ya da aşağıdaki ikinci yapıda aynı çıktıyı vermektedir.

```
» x=linspace(-2,2,40);  
» w=[exp(-x);x.*x];  
» plot(x,w)
```



Bu işlemi gerçekleştirmenin diğer bir yolu ise hold on komutunu kullanmaktır. Kullanım örneği;

```
» hold on  
» x=linspace(-2,2,40);  
» y=exp(-x);  
» plot(x,y,'b*')  
» z=x.*x;  
» plot(x,z,'k:')  
» hold off
```



Bunu yanında çizdiğim grafikte çeşitli adlandırmalar yapabilmek için aşağıdaki notlar dikkate alınmalıdır.

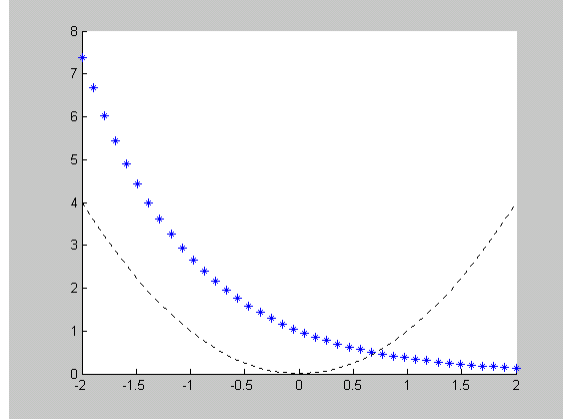
|                  |  |
|------------------|--|
| title('text')    | Grafik üst tarafına başlık ekler                     |
| xlabel('text')   | x-axisine isim verir                                 |
| ylabel('text')   | y-axisine isim verir                                 |
| grid on          | Grid çizgiler ekler                                  |
| grid off         | Grid çizgilerini kaldırır                            |
| text(x,y,'text') | (x, y) kesişim noktasını adlandırır                  |
| gtext('text')    | Girdiğiniz yazı mouse ile tıkladığınız yerde belirir |

Örnekler:

```

» x=linspace(-2,2,40);
» y=exp(-x);
» z=x.*x;
» plot(x,y,'b*',x,z,'k:')

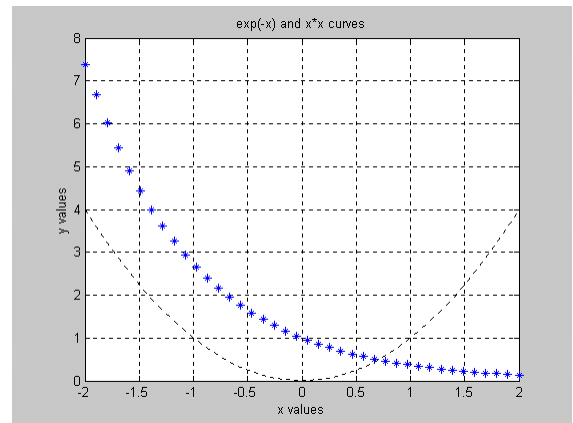
```



```

» grid on
» xlabel('x values')
» ylabel('y values')
» title('exp(-x) ve x*x grafikleri')

```



```

» gtext('exp(-x)')
» gtext('x*x')

```

